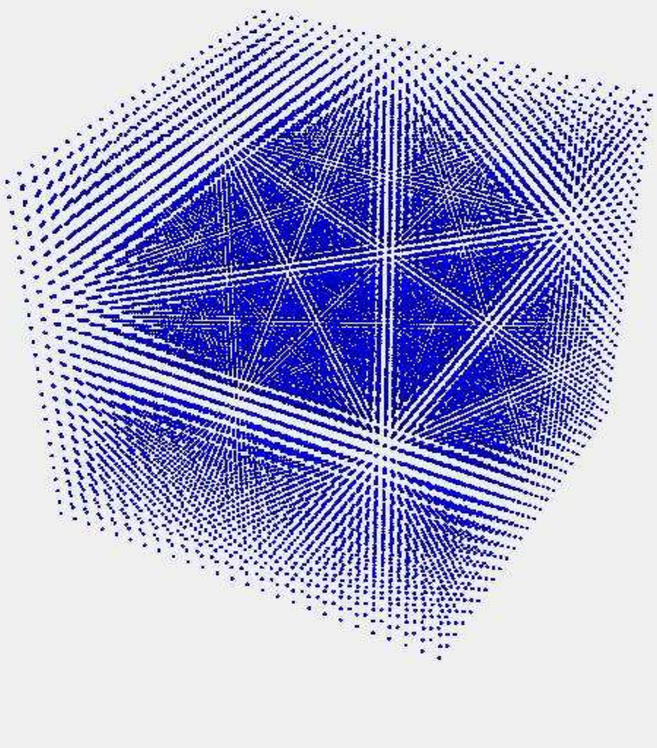
MathCon

The Mathematics Firm

Producción y Mercado



Contenido

1 Producción

1.1. Costos de producción

Un fabricante de libros tiene definidos 2 procesos para la producción de libros. El proceso A de imprenta y el proceso B de empastado. Los tiempos que consumen estos dos procesos en la fabricación de libros de pasta blanda (económico) y libros de pasta dura (de lujo) están dados en la siguiente matriz T.

$$
\begin{array}{ccc}
 & \text{Imprenta} \quad \text{Empastado} & \\
T = & \begin{pmatrix} 20 & 10 \\ 30 & 20 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} \text{Blanda} \\ \text{Dura} \end{array}
\end{array}
$$

Es decir:

1. En imprimir un libro de pasta blanda se tardan 20 minutos.
2. En imprimir un libro de pasta dura se tardan 30 minutos.
3. En empastar un libro de pasta blanda se tardan 10 minutos.
4. En empastar un libro de pasta dura se tardan 20 minutos.

El fabricante, tiene dos plantas la planta de Querétaro y la planta de Guadalajara. Los costos por proceso en cada planta están dados en la siguiente matriz C.

$$
\begin{array}{ccc}
 & \text{Querétaro} \quad \text{Guadalajara} & \\
C = & \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 5 \end{pmatrix} & \begin{array}{l} \text{Imprenta} \\ \text{Empastado} \end{array}
\end{array}
$$

1. En Querétaro cuesta 5 pesos el proceso de Imprenta por minuto.
2. En Querétaro cuesta 6 pesos el proceso de Empastado por minuto.
3. En Guadalajara cuesta 3 pesos el proceso de Imprenta por minuto.
4. En Guadalajara cuesta 5 pesos el proceso de Empastado por minuto.

Entonces:

El producto de las matrices TC es:

$$TC=\begin{pmatrix} 20 & 10 \\ 30 & 20 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} (20)(5)+(10)(6) & (20)(3)+(10)(5) \\ (30)(5)+(20)(6) & (30)(3)+(20)(5) \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 160 & 110 \\ 270 & 190 \end{pmatrix}$$

Como la matriz T, tiene como columnas a los procesos de imprenta y empastado, y la matriz C, tiene como filas a los procesos de imprenta y empastado. Entonces la matriz TC, tendrá como filas a los tipos de libros de pasta blanda y pasta dura. Como columnas a las plantas de Querétaro y Guadalajara. El producto de las matrices, entonces da el costo total de producir cada tipo de libro en cada una de las plantas productivas.

$$\begin{array}{cc} & \text{Querétaro Guadalajara} \\ T = & \begin{pmatrix} 160 & 110 \\ 270 & 190 \end{pmatrix} \begin{array}{l} \text{Blanda} \\ \text{Dura} \end{array} \end{array}$$

Donde:

1. En costo total de producir un libro de pasta blanda en Querétaro es de
$$(20)(5)+(10)(6)=160$$
pesos.
2. En costo total de producir un libro de pasta dura en Querétaro es de
$$(30)(5)+(20)(6)=270$$
pesos.
3. En costo total de producir un libro de pasta blanda en Guadalajara es de
$$(20)(3)+(10)(5)=110$$
pesos.
4. En costo total de producir un libro de pasta dura en Guadalajara es de
$$(30)(3)+(20)(5)=190$$
pesos.

1.2. Ejercicios

1. Con los siguientes datos:

   a) En armar un auto de 4 cilindros se tardan 15 horas.
   b) En armar un auto de 6 cilindros se tardan 20 horas.
   c) En acabados a un auto de 4 cilindros se tardan 6 horas.
   d) En acabados a un auto de 6 cilindros se tardan 9 horas.

   a) En Puebla cuesta 200 pesos el proceso de armado por hora.
   b) En Puebla cuesta 190 pesos el proceso de terminado por hora.
   c) En Monterrey cuesta 190 pesos el proceso de armado por hora.
   d) En Monterrey cuesta 210 pesos el proceso de terminado por hora.

   Construir dos matrices que modelen el problema y calcular usando matrices:

   a) En costo total de producir un auto de 4 cilindros en Puebla.
   b) En costo total de producir un auto de 6 cilindros en Puebla.
   c) En costo total de producir un auto de 4 cilindros en Monterrey.
   d) En costo total de producir un auto de 6 cilindros en Monterrey.
   e) ¿ Dónde conviene construir autos de 4 cilindros?
   f) ¿ Dónde conviene construir autos de 6 cilindros?

2. Una fábrica elabora los productos A,B en las plantas X,Y. Durante la fabricación emiten los contaminantes bióxido de azufre, óxido nítrico, y partículas suspendidas. Las cantidades de cada contaminante están dadas de la siguiente manera (en kilogramos):

   a) El producto A produce 300 de SO_2.
   b) El producto A produce 100 de NO.
   c) El producto A produce 150 de partículas suspendidas.
   d) El producto B produce 200 de SO_2.
   e) El producto B produce 250 de NO.
   f) El producto B produce 400 de partículas suspendidas.

   Los reglamentos, exigen la eliminación de estos contaminantes.

   a) El costo en la planta X, por reducir SO_2 es 80 pesos por Kg.
   b) El costo en la planta X, por reducir NO es 70 pesos por Kg.
   c) El costo en la planta X, por reducir SO_2 es 150 pesos por Kg.
   d) El costo en la planta Y, por reducir SO_2 es 120 pesos por Kg.

e) El costo en la planta Y, por reducir NO es 90 pesos por Kg.

f) El costo en la planta Y, por reducir SO_2 es 10 pesos por Kg.

Construir matrices que modelen el problema y calcular los costos siguientes:

a) En costo total de eliminar contaminantes del producto A en la planta X.

b) En costo total de eliminar contaminantes del producto B en la planta X.

c) En costo total de eliminar contaminantes del producto A en la planta Y.

d) En costo total de eliminar contaminantes del producto B en la planta Y.

2
Mercado

Supongamos que dos compañías I y T de teléfonos celulares comparten todo el mercado. Cada año la compañía I conserva 1/4 de sus clientes, mientras que 3/4 cambian a T. En el mismo lapso, T conserva a 2/3 de sus clientes, mientras que 1/3 se cambia a I.

Esta información puede mostrarse en la siguiente matriz:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} \mathrm{I} & \mathrm{T} \end{array} & \\ \mathrm{T} = & \begin{pmatrix} 1/4 & 1/3 \\ 3/4 & 2/3 \end{pmatrix} & \begin{array}{c} \mathrm{I} \\ \mathrm{T} \end{array} \end{array}$$

Ahora, al principio del año la compañía I tiene $3/5$ del mercado total, mientras que T tiene $2/5$, que representamos con la siguiente matriz (también llamado vector).

$$x_0 = \begin{pmatrix} 3/5 \\ 2/5 \end{pmatrix}$$

Un año después la distribución de mercado es:

$$x_1 = \begin{pmatrix} 1/4 & 1/3 \\ 3/4 & 2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3/5 \\ 2/5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17/60 \\ 43/60 \end{pmatrix}$$

Para el segundo año, la distribución de mercado queda determinada por la operación:

$$x_2 = Ax_1 = A(Ax_0) = A^2 x_0$$

Ahora, es posible saber cuál es la distribución inicial de mercado para que no haya cambios en el futuro, es decir:

Existen a, b tales que,

$$x_1 = \begin{pmatrix} 1/4 & 1/3 \\ 3/4 & 2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

En tal caso llegamos al sistema:

$$\begin{array}{rcl} 1/4a + 1/3b & = & a \\ 3/4a + 2/3b & = & a \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} -3/4a + 1/3b & = & 0 \\ 3/4a - 1/3b & = & 0 \end{array}$$

De donde $a = 4/13$ y $b = 9/13$.

2.1. Ejercicios

1. Si hay tres compañías A,B,C competidoras de perfumes y la matriz de retención y perdida de clientes esta dada por la matriz respectivamente:

$$\begin{pmatrix} 1/3 & 1/2 & 1/4 \\ 1/3 & 1/4 & 1/2 \\ 1/3 & 1/4 & 1/4 \end{pmatrix}$$

Con la distribución inicial de mercado

$$x_0 = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1/3 \\ 1/3 \end{pmatrix}$$

   a) Cuál es la distribución de mercado al termino de 2 y 3 años.
   b) Cuál es la distribución estable de este mercado.
   c) Cuál de estas compañías gana la mayor parte de mercado a largo plazo.

2. Si hay tres compañías A,B,C competidoras de periódicos y la matriz de retención y perdida de clientes esta dada por la matriz respectivamente:

$$\begin{pmatrix} 0{,}4 & 0 & 0{,}4 \\ 0 & 0{,}5 & 0{,}4 \\ 0{,}6 & 0{,}5 & 0{,}2 \end{pmatrix}$$

Con la distribución inicial de mercado

$$x_0 = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1/3 \\ 1/3 \end{pmatrix}$$

   a) Cuál es la distribución de mercado al termino de 2 y 3 años.
   b) Cuál es la distribución estable de este mercado.
   c) Cuál de estas compañías gana la mayor parte de mercado a largo plazo.