

MathCon

The Mathematics Firm

Sistemas de Ecuaciones Lineales

100 Problemas de Sistemas de Ecuaciones Lineales Básicos 2×2

www.math.com.mx

José de Jesús Angel Angel
jjaa@math.com.mx

MathCon © 2007-2012

Contenido

1. Problemas para modelar	2
2. Problemas para modelar	5
3. Problemas literales	6
4. Sistemas de Ecuaciones Lineales	8

1

Problemas para modelar

Resolver los siguientes problemas, plantear el modelo con variables y un SEL, resolver el sistema y comprobar la solución.

1. La suma de dos números es 100 y su diferencia es 50, encontrar los números.
Solución (75, 25)
2. La diferencia de dos números es 30 y la mitad de su suma es 20, encontrar los números.
Solución (35, 5)
3. La suma de dos números es 76 y un sexto de su resta es 10, encontrar los números.
Solución (68, 8)
4. La suma de dos números es a y su resta es b , encontrar los números.
Solución $(a + b)/2, (a - b)/2$
5. Dos tercios de la suma de dos números es 20, mientras tres cuartos de su diferencia es 21, encontrar los números.
Solución 29, 1
6. Se divide a 10 en dos partes tal que el doble de una de las partes es igual al triple de la otra parte. Qué números son las partes.
Solución 6, 4
7. Se divide a 10 en dos partes tal que el doble de una de las partes es igual al triple de la otra parte. Qué números son las partes.
Solución 6, 4

8. Se divide a 100 en dos números, y el doble de uno de ellos rebasa en 10 al triple del otro. Cuáles son los números
Solución 62, 38
9. Siete veces un número rebasa en 10 a cinco veces otro número, y el triple del número rebasa en 15 al doble del otro. Encontrar los números.
Solución 55, 75
10. La mitad de un número rebasa en a veces el tercio de otro, mientras que el doble del primero rebasa en $2a$ al doble del segundo. Encontrar los números.
Solución $(4a, 3a)$
11. Un número es igual al doble del resultado de otro restandole dos unidades, mientras que el segundo número es igual al triple del resultado del primero menos una unidad. Encontrar los números.
Solución $(2, 3)$
12. Un número es igual al doble del resultado de otro restandole dos unidades, mientras que el segundo número es igual al triple del resultado del primero menos una unidad. Encontrar los números.
Solución $(2, 3)$
13. 3 kilos de jitomate y 2 kilos de cebolla costaron 45, y dos kilos de jitomate con 3 kilos de cebolla costaron 35. Hallar el costo del jitomate y cebolla por kilo.
Solución $(13, 3)$
14. Seis entradas al cine A y 5 entradas al cine B cuestan 135 pesos. Tres entradas al cine A y 6 al B suman 120. Hallar el costo de cada entrada.
Solución $(10, 15)$
15. Al comprar un pantalon de la marca A y dos de la marca B se paga una cantidad, al comprar 5 pantalones de la marca A y tres de la B se cuadruplica la cantidad. Cuánto cuestan los pantalones, y cual es la relación entre el precio de la marca A y la B.
Solución $(5/7a, a/7)$
16. El doble de la edad de A, excede en 50 la edad de B y $1/3$ de la edad de B es 35 años menos de la edad de A. Encontrar las edades.
Solución $(55, 60)$
17. La edad de A excede a la de B en 10 y el doble de la edad de B excede en 17 a la edad de A. Hallar las edades.
Solución $(37, 27)$
18. La suma de $2/3$ de la edad de A y $3/2$ de la edad de B es 33, además $9/6$ de la edad de A es lo mismo que $3/4$ de la edad de B. Calcular las edades.
Solución $(9, 18)$

19. Se tienen \$130 en 16 billetes de \$5 y \$10, cuántos billetes de \$5 y cuántos de \$10 hay.
Solución (6,10).
20. Una chica tiene 70 monedas entre monedas de 50 y 10 centavos, con lo que junta 15 pesos. Cuántas monedas de cada denominación tiene. Solución (20,50).

2

Problemas para modelar

21. Si A le da a B \$1 peso ambos tienen lo mismo, si B le da a A \$1, A tendrá el triple de lo que le queda a B. ¿Cuánto tienen cada uno?
22. Si B le da a A 2 pesos, ambos tienen lo mismo, si A le da a B 2 pesos, B tiene el doble de lo que le queda a A. ¿Cuánto tienen cada uno?
23. Si Alice le da a Bob \$3 pesos tienen igual suma, pero si Bob le da a Alice \$3 pesos, Alice tendrá 4 veces lo que le queda a Bob. ¿Cuánto tienen cada uno?
24. Hace 10 años la edad de Alice era el doble que la de Bob, dentro de 10 años la edad de Bob será $\frac{3}{4}$ de la de Alice. Hallar las edades actuales.
25. Hace 6 años la edad de Alice era el doble que la de Bob, dentro de 6 años será $\frac{8}{5}$ de la de Bob. Hallar las edades actuales.
26. La edad de A hace 5 años era $\frac{3}{2}$ de la de B, dentro de 10 años la edad de B será $\frac{7}{9}$ de la de A. Hallar las edades actuales. Sol: (35, 25)
27. La edad actual de un hombre es de $\frac{9}{5}$ la edad de su esposa y dentro de 4 años la edad de su esposa será $\frac{3}{5}$ de la suya. Hallar las edades actuales.
28. A y B empiezan a jugar. Si A pierde 25 pesos B tendrá igual suma que A, y si B pierde 35 pesos lo que le queda es $\frac{5}{17}$ de lo que tendría A. ¿Con cuánto empezó a jugar cada uno?
29. Un padre le dice a su hijo: hace 6 años tu edad era $\frac{1}{5}$ de la mía, dentro de 9 años será $\frac{2}{5}$, Hallar ambas edades actuales.
30. Alice le dice a Bob si me das 15 pesos tendré 5 veces lo que tú, y Bob le dice a Alice, si tú me das 20 pesos, tendré 3 veces lo que tú. ¿Cuánto tiene cada uno?

3

Problemas literales

$$31. \begin{aligned} x + y &= a + b \\ x - y &= a - b \end{aligned}$$

$$32. \begin{aligned} 2x + y &= b + 3 \\ bx - 2y &= b \end{aligned}$$

$$33. \begin{aligned} 2x - 3y &= 3a \\ bx + 2y &= a \end{aligned}$$

$$34. \begin{aligned} x - y &= 1 - c \\ x + y &= 1 + c \end{aligned}$$

$$35. \begin{aligned} x/a + y &= 2d \\ x/b - y &= a - d \end{aligned}$$

$$36. \begin{aligned} x/b + y/a &= 2 \\ x/a - y/b &= (a^2 + b^2)/(ab) \end{aligned}$$

$$37. \begin{aligned} x + y &= a + b \\ ax + by &= a^2 + b^2 \end{aligned}$$

$$38. \begin{aligned} ax - by &= 0 \\ x + y &= (a + b)/(ab) \end{aligned}$$

$$39. \begin{aligned} mx - ny &= m^2 + n^2 \\ nx + my &= m^2 + n^2 \end{aligned}$$

$$40. \begin{aligned} x/m + y/n &= m \\ mx - ny &= m^3 - mn^2 \end{aligned}$$

$$41. \begin{aligned} x + y &= b \\ bx - ay &= b(a + b) + a^2 \end{aligned}$$

$$42. \begin{aligned} x - y &= m - n \\ mx - ny &= m^2 - n^2 \end{aligned}$$

$$43. \begin{aligned} x/a + y/b &= 0 \\ x/b + 2y/a &= (2b^2 - a^2)/(ab) \end{aligned}$$

$$44. \begin{aligned} x + y &= 2b \\ a^2(x - y) &= 2a^3 \end{aligned}$$

$$45. \begin{aligned} ax - by &= 0 \\ ay - bx &= (a^2 - b^2)/(ab) \end{aligned}$$

$$46. \begin{aligned} x/b^2 + y/a^2 &= a + b \\ x - y &= ab(b - a) \end{aligned}$$

$$47. \begin{aligned} nx + my &= m + n \\ mx - ny &= (m^3 - n^3)/(mn) \end{aligned}$$

$$48. \begin{aligned} (a - b)x - (a + b)y &= b^2 - 3ab \\ (a + b)x - (a - b)y &= ab - b^2 \end{aligned}$$

$$49. \begin{aligned} (x + b)/a + (y - b)/b &= (a + b)/b \\ (x - b)/b - (y - a)/a &= -(a + b)/a \end{aligned}$$

$$50. \begin{aligned} x/(a + b) + y/(a + b) &= 1/(ab) \\ x/b + y/a &= (a^2 + b^2)/(a^2b^2) \end{aligned}$$

4

Sistemas de Ecuaciones Lineales

Encontrar las condiciones solicitadas de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales usando el método de Gauss.

51. Para que valores de a el siguiente sistema de ecuaciones: (a) No tiene solución, (b) Tiene única solución, (c) Tiene una infinidad de soluciones.

$$\begin{aligned}x + y &= 3 \\5x + 5y &= a\end{aligned}$$

52. Para que valores de a el siguiente sistema de ecuaciones: (a) No tiene solución, (b) Tiene única solución, (c) Tiene una infinidad de soluciones.

$$\begin{aligned}x + y &= 3 \\x + (a^2 - 8)y &= a\end{aligned}$$

53. Para que valores de a el siguiente sistema de ecuaciones: (a) No tiene solución, (b) Tiene única solución, (c) Tiene una infinidad de soluciones.

$$\begin{aligned}x + y + z &= 2 \\x + 2y + z &= 3 \\x + y + (a^2 - 5)z &= a\end{aligned}$$

54. Para que valores de a el siguiente sistema de ecuaciones: (a) No tiene solución, (b) Tiene única solución, (c) Tiene una infinidad de soluciones.

$$\begin{aligned}x + y + z &= 2 \\2x + 3y + 2z &= 5 \\2x + 3y + (a^2 - 1)z &= a + 1\end{aligned}$$

55. Para que valores de a el siguiente sistema de ecuaciones: (a) No tiene solución, (b) Tiene única solución, (c) Tiene una infinidad de soluciones.

$$\begin{aligned}x + y - z &= 2 \\x + 2y + z &= 3 \\x + y + (a^2 - 5)z &= a\end{aligned}$$

56. Para que valores de a el siguiente sistema de ecuaciones: (a) No tiene solución, (b) Tiene única solución, (c) Tiene una infinidad de soluciones.

$$\begin{aligned}x + y - z &= 3 \\x - y + 3z &= 4 \\x + y + (a^2 - 10)z &= a\end{aligned}$$

57. Qué condiciones deben de cumplir a, b, c de modo que el siguiente sistema sea consistente.

$$\begin{aligned}x + 2y - 3z &= a \\2x + 3y + 3z &= b \\5x + 9y - 6z &= c\end{aligned}$$

58. Qué condiciones deben de cumplir a, b, c de modo que el siguiente sistema sea consistente.

$$\begin{aligned}2x + 2y + 3z &= a \\3x - y + 5z &= b \\x - 3y + 2z &= c\end{aligned}$$

59. Para que valores de a es consistente el siguiente sistema.

$$\begin{aligned}x + z &= a^2 \\2x + y + 3z &= -3a \\3x + y + 4z &= -2\end{aligned}$$

60. Para que valores de a es consistente el siguiente sistema.

$$\begin{aligned}x + 2y + z &= a^2 \\x + y + 3z &= a \\3x + 4y + 7z &= 8\end{aligned}$$

61. Para que valores de a es consistente el siguiente sistema.

$$\begin{aligned}x + 2y + z &= a^2 \\x + y + 3z &= a \\3x + 4y + 8z &= 8\end{aligned}$$

62. Para que valores de a el siguiente sistema homogéneo tiene soluciones no triviales.

$$\begin{aligned}(1-a)x &+ z = 0 \\ -ay + z &= 0 \\ y - az &= 0\end{aligned}$$

63. Para que valores de α tiene solución el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}\alpha x + y + z &= 1 \\ x + \alpha y + z &= 1 \\ x + y + \alpha z &= 1\end{aligned}$$

64. Considere un sistema homogéneo, y sean u, v dos soluciones diferentes, demuestre que:

- a) $u + v$ es solución.
- b) ru es solución, $r \in \mathbb{R}$.
- c) $ru + sv$ es solución, $r, s \in \mathbb{R}$.

65. Sea $Ax = b$ un sistema de ecuaciones lineales con solución.

- a) Demuestre que si x_p es una solución particular del sistema no homogéneo y x_h es una solución del sistema homogéneo asociado $Ax = 0$, entonces $x_p + x_h$ es una solución del sistema $Ax = b$.
- b) Demuestre que toda solución del sistema no homogéneo $Ax = b$, puede escribirse $x_p + x_h$, (poner $x = x_p + (x - x_p)$).