



Sistemas de Ecuaciones Lineales

Problemas de Sistemas de Ecuaciones Lineales

www.math.com.mx

José de Jesús Angel Angel
jjaa@math.com.mx

MathCon © 2007-2008

Contenido

1. Sistemas de Ecuaciones Lineales	2
2. Sistemas de Ecuaciones Lineales Homogéneos	7
3. Problemas Varios	9

1

Sistemas de Ecuaciones Lineales

Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales por el método de Gauss.

1.

$$\begin{aligned}2x + y + 3z &= 1 \\x - 2y + z &= -1 \\x + 2y + 2z &= 1\end{aligned}$$

Solución $(3, 1, -2)$

2.

$$\begin{aligned}x + 3y + z &= -1 \\3x - y + z &= -1 \\x + y + 2z &= -1\end{aligned}$$

Solución $(-\frac{2}{7}, -\frac{1}{7}, -\frac{2}{7})$

3.

$$\begin{aligned}3x + y + z &= 1 \\x + 3y + z &= 1 \\x + y + 3z &= 1\end{aligned}$$

Solución $(\frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5})$

4.

$$\begin{aligned}-x + y + 3z &= 3 \\x - y + 2z &= 2 \\x + y - z &= 3\end{aligned}$$

Solución $(2, 2, 1)$

5.

$$\begin{aligned}2x + y + z &= -1 \\ -x - 2y + z &= 2 \\ 2x - y - 2z &= -2\end{aligned}$$

Solución $(-\frac{3}{5}, -\frac{2}{5}, \frac{3}{5})$

6.

$$\begin{aligned}3x + y - z &= 2 \\ x - 3y + z &= -2 \\ -x + y + 3z &= 2\end{aligned}$$

Solución $(\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2})$

7.

$$\begin{aligned}x + y - z &= 2 \\ x - 3y + z &= -2 \\ -x + y + z &= 2\end{aligned}$$

Solución $(2, 2, 2)$

8.

$$\begin{aligned}4x + y - z &= 1 \\ 2x + y + z &= -1 \\ -x + y + z &= 2\end{aligned}$$

Solución $(-1, 3, -2)$

9.

$$\begin{aligned}5x + y + z &= -1 \\ 2x + 2y + 3z &= 1 \\ 3x + y + z &= 1\end{aligned}$$

Solución $(-1, 9, -5)$

10.

$$\begin{aligned}x + 3y + z &= 1 \\ 7x - 6y + 3z &= 1 \\ 4x - y + 2z &= 2\end{aligned}$$

Solución $(7, 2, -12)$

11.

$$\begin{aligned}4x + y + 7z &= 8 \\ 3x + 3y + 4z &= 5 \\ 3x + y + 7z &= 4\end{aligned}$$

Solución $(4, -1, -1)$

12.

$$\begin{aligned}2x + 5y + 4z &= 7 \\2x + 8y + 6z &= 10 \\2x + 9y + 7z &= 5\end{aligned}$$

Solución (7, 13, -18)

13.

$$\begin{aligned}7x + 3y + 6z &= -3 \\5x + 5y + 6z &= 7 \\7x + 4y + 8z &= 10\end{aligned}$$

Solución (-6, -1, -7)

14.

$$\begin{aligned}5x + 7y + 5z &= 1 \\2x + 10y + 6z &= 10 \\4x + 5y + 3z &= 8\end{aligned}$$

Solución (1, 8, -12)

15.

$$\begin{aligned}-2x + 8y - 2z &= 8 \\3y + 3z &= 4 \\-9x - 6y - 6z &= -5\end{aligned}$$

Solución $(-\frac{1}{3}, 1, \frac{1}{3})$

16.

$$\begin{aligned}-6x + 6y - 4z &= 36 \\-4x + 2y - 7z &= 33 \\-2x - 5y - 6z &= 12\end{aligned}$$

Solución (-2, 2, -3)

17.

$$\begin{aligned}2x - 4y + 2z &= -10 \\-2x + 3y - 2z &= 9 \\5x - 4y + z &= 1\end{aligned}$$

Solución (2, 1, -5)

18.

$$\begin{aligned}-x + y + 4z &= -9 \\x - 4y + 4z &= -19 \\-2x + y - 4z &= 2\end{aligned}$$

Solución (5, 4, -2)

19.

$$\begin{aligned} -2x - 5y - z &= 20 \\ -2x - y + 2z &= 1 \\ x + 4y + 2z &= -19 \end{aligned}$$

Solución $(-5, -1, -5)$

20.

$$\begin{aligned} 4x - 5y - 4z &= 37 \\ -x + 5y - 2z &= -4 \\ -2x + 3y + 3z &= -22 \end{aligned}$$

Solución $(5, -1, -3)$

21.

$$\begin{aligned} 2x - y &= 0 \\ 2x - 2y - z &= -2 \\ 2x + 3y - z &= 2 \end{aligned}$$

Solución $(\frac{2}{5}, \frac{4}{5}, \frac{6}{5})$

22.

$$\begin{aligned} x - 2z &= 0 \\ -3x - y - 3z &= 1 \\ 2z &= -2 \end{aligned}$$

Solución $(-2, 8, -1)$

23.

$$\begin{aligned} 2x + 3y - z &= -1 \\ 2x + 2y + 2z &= 2 \\ 2x + 2y - 2z &= 1 \end{aligned}$$

Solución $(3, -\frac{9}{4}, \frac{1}{4})$

24.

$$\begin{aligned} -x + 2y - z &= -1 \\ 2x - 2y + 2z &= 3 \\ -x + 2y &= -2 \end{aligned}$$

Solución $(3, \frac{1}{2}, -1)$

25.

$$\begin{aligned} -x - 2y &= 3 \\ 2x - 3y - z &= 1 \\ -2x + 2y + 2z &= 0 \end{aligned}$$

Solución $(-1, -1, 0)$

26.

$$\begin{aligned}3x &+ 2z = -1 \\-3x - y - z &= -2 \\x - y + 2z &= -1\end{aligned}$$

Solución $(-5, 10, 7)$

27.

$$\begin{aligned}-2x - 3y &= 1 \\-3x - 3y - 2z &= 3 \\-x - 3y + z &= 2\end{aligned}$$

Solución $(4, -3, -3)$

28.

$$\begin{aligned}-2y - 2z &= -2 \\3x + y + 3z &= -3 \\x - 3y - 3z &= 2\end{aligned}$$

Solución $(5, \frac{21}{2}, -\frac{19}{2})$

29.

$$\begin{aligned}x - y &= -1 \\-x - y + 2z &= 3 \\-3x + y - z &= 2\end{aligned}$$

Solución $(-1, 0, 1)$

30.

$$\begin{aligned}2x - 2y &= -2 \\-x + 2y + z &= 2 \\-x + 3y - 3z &= -2\end{aligned}$$

Solución $(-1, 0, 1)$

2

Sistemas de Ecuaciones Lineales Homogéneas

Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales homogéneas por el método de Gauss.

1.

$$\begin{aligned}4y + 6z &= 0 \\9x + 2y - z &= 0 \\9x + 4y + 2z &= 0\end{aligned}$$

Solución $(\frac{4z}{9}, -\frac{3z}{2}, z)$

2.

$$\begin{aligned}2x - 10y + 6z &= 0 \\x - 5y + 3z &= 0 \\-4x - 6y + 2z &= 0\end{aligned}$$

Solución $(-\frac{4z}{13}, \frac{7z}{13}, z)$

3.

$$\begin{aligned}-2x - 6y + 9z &= 0 \\-8x + 3y - 9z &= 0 \\-4x &= 0\end{aligned}$$

Solución $(-\frac{z}{2}, \frac{5z}{3}, z)$

4.

$$\begin{aligned}4x & \quad \quad + z = 0 \\-5x & - 3y + 5z = 0 \\-x & - 3y + 6z = 0\end{aligned}$$

Solución $(-\frac{z}{4}, \frac{25z}{12}, z)$

3

Problemas Varios

Encontrar todas las soluciones de los siguientes SELH.

1.

$$\begin{aligned}1x - 2y + 3z &= 0 \\4x + y - z &= 0 \\2x - y + 3z &= 0\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 - x_3 &= 0 \\2x_1 - 4x_2 + 3x_3 &= 0 \\-5x_1 + 13x_2 - 10x_3 &= 0\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - 3x_3 &= 0 \\2x_1 - 4x_2 + 3x_3 &= 0 \\6x_1 - 8x_2 + 6x_3 &= 0\end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + 7x_3 - x_4 &= 0 \\2x_1 + 3x_2 - 8x_3 + x_4 &= 0\end{aligned}$$

Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales.

1.

$$\begin{aligned}2x_1 - x_2 - x_3 &= 4 \\3x_1 + 4x_2 - 2x_3 &= 11 \\3x_1 - 2x_2 + 4x_3 &= 11\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + 2x_3 &= -1 \\2x_1 - x_2 + 2x_3 &= -4 \\4x_1 + x_2 + 4x_3 &= -2\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}3x_1 + 2x_2 + x_3 &= 5 \\2x_1 + 3x_2 + x_3 &= 1 \\2x_1 + x_2 + 3x_3 &= 11\end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 4x_3 &= 31 \\5x_1 + x_2 + 2x_3 &= 29 \\3x_1 - x_2 + x_3 &= 10\end{aligned}$$

5.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 1 \\3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 &= -4 \\2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 &= -6 \\x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 &= -4\end{aligned}$$

6.

$$\begin{aligned}x - 2y + 3z &= 11 \\4x + y - z &= 4 \\2x - y + 3z &= 10\end{aligned}$$

7.

$$\begin{aligned}x + y &= 0 \\2x - y + 3z &= 3 \\x - 2y - z &= 3\end{aligned}$$

8.

$$\begin{aligned}1x + y - z &= 7 \\4x - y + 5z &= 4 \\2x + 2y - 3z &= 0\end{aligned}$$

9.

$$\begin{aligned}-2x + y + 6z &= 18 \\5x + 8z &= -16 \\3x + 2y - 10z &= -3\end{aligned}$$

10.

$$\begin{aligned}x + 2y + 3z &= 3 \\2x + 3y + 8z &= 4 \\3x + 2y + 17z &= 1\end{aligned}$$

11.

$$\begin{aligned} 2x + 3y - 2z &= 5 \\ x - 2y + 3z &= 2 \\ 4x - y + 4z &= 1 \end{aligned}$$

1. Encontrar la ecuación del círculo que pasa por los puntos: (2, 6), (2, 0), (5, 3).
2. En una granja se crían crían gallinas y conejos. Si se cuentan las cabezas, son 50, si las patas, son 134. ¿Cuántos animales hay de cada clase?
3. En una lucha entre moscas y arañas intervienen 42 cabezas y 276 patas. ¿Cuántos luchadores había de cada clase? (Recuerda que una mosca tiene 6 patas y una araña 8 patas).
4. En un puesto de verduras se han vendido 2 Kg de naranjas y 5 Kg de patatas por 835 pesos. y 4 Kg de naranjas y 2 Kg de patatas por 1.285 pesos. Calcula el precio de los kilogramos de naranja y patata.
5. En una librería han vendido 20 libros a dos precios distintos: unos a 800 pesos. y otros a 1200 pesos. con los que han obtenido 19 200 pesos. ¿Cuántos libros han vendido de cada precio?
6. Para que valores de α tiene solución el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \alpha x + y + z &= 1 \\ x + \alpha y + z &= 1 \\ x + y + \alpha z &= 1 \end{aligned}$$

7. Un nutriólogo prepara una dieta que consiste en los alimentos A, B, y C. Cada onza del alimento A contiene 2 unidades de proteína, 3 unidades de grasa y 4 unidades de carbohidratos. Cada onza del alimento B contiene 3 unidades de proteína, 2 unidades de grasa y 1 unidades de carbohidratos. Por su parte, cada onza del alimento C contiene 3 unidades de proteína, 3 unidades de grasa y 2 unidades de carbohidratos. Si la dieta debe proporcionar exactamente 25 unidades de proteína, 24 unidades de grasa, y 21 unidades de carbohidratos, cuántas onzas de cada tipo de alimento deben de utilizarse?
8. Un fabricante produce reveladores de película de 2,6 y 9 minutos. La fabricación de cada tonelada del revelador de 2 minutos requiere 6 minutos en la planta A, y 24 minutos en la planta B. Para manufacturar cada tonelada del revelador de 6 minutos son necesarios 12 minutos en la planta A, y 12 minutos en la planta B. Por último para producir cada tonelada del revelador de 9 minutos se usan 12 minutos en la planta A, y 12 minutos en la planta B. Si la planta A esta disponible 10 horas al día y la planta B 16 horas diarias. Cuántas toneladas de cada tipo de revelador de película pueden producirse de modo que las plantas operen a toda su capacidad?

Encontrar las soluciones de los siguientes SEL:

1.

$$\begin{aligned} 3x - 2y - 5z + w &= 3 \\ 2x - 3y + z + 5w &= -3 \\ x + 2y - 4w &= -3 \\ x - y - 4z + 9w &= 22 \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} x + y + z &= 1 \\ ax + by + cz &= d \\ a^2x + b^2y + c^2z &= d^2 \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} x_2 + x_3 + x_4 &= 1 \\ x_1 + x_3 + x_4 &= 1 \\ x_1 + x_2 + x_4 &= 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 1 \end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned} x_1 &= 1 \\ 2x_1 + 2x_2 &= 1 \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 &= 1 \\ 4x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 4x_4 &= 1 \end{aligned}$$

5.

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 &= 2 \\ 3x_1 + 2x_3 - 2x_4 &= -8 \\ 4x_2 - x_3 - x_4 &= 1 \\ 5x_1 + 3x_3 - x_4 &= -3 \end{aligned}$$

6.

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 &= 2 \\ 3x_1 + 2x_3 - 2x_4 &= -8 \\ 4x_2 - x_3 - x_4 &= 1 \\ -x_1 + 6x_2 - 2x_3 &= 7 \end{aligned}$$

7.

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 &= -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 &= -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 &= -4 \end{aligned}$$

8.

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 &= 6 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 &= 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 &= 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 &= -8 \end{aligned}$$

9.

$$\begin{aligned}
 x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 5 \\
 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 1 \\
 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 &= 1 \\
 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 &= -5
 \end{aligned}$$

10.

$$\begin{aligned}
 x_2 - 3x_3 + 4x_4 &= -5 \\
 x_1 - 2x_3 + 3x_4 &= -4 \\
 3x_1 + 2x_2 - 5x_4 &= 12 \\
 4x_1 + 3x_2 - 5x_3 &= 5
 \end{aligned}$$

11.

$$\begin{aligned}
 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 4 \\
 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 6 \\
 3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 &= 6 \\
 3x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 &= 6
 \end{aligned}$$

12.

$$\begin{aligned}
 x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 &= 12 \\
 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + x_4 &= 0 \\
 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 &= 4 \\
 7x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 &= 16
 \end{aligned}$$

13.

$$\begin{aligned}
 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 &= 2 \\
 x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + x_5 &= 0 \\
 x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 + x_5 &= 3 \\
 x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 &= -2 \\
 x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 5x_5 &= 5
 \end{aligned}$$

14.

$$\begin{aligned}
 x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\
 x_2 + x_3 + x_4 + x_5 &= 0 \\
 x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 2 \\
 x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= -2 \\
 x_3 + 2x_4 + 3x_5 &= 2
 \end{aligned}$$

15.

$$\begin{aligned}
 x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 &= 13 \\
 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 &= 10 \\
 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 &= 11 \\
 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 2x_5 &= 6 \\
 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + x_5 &= 3
 \end{aligned}$$

Encontrar todas las soluciones de los siguientes SELH:

1.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 - x_3 &= 0 \\2x_1 - 4x_2 + 3x_3 &= 0 \\-5x_1 + 13x_2 - 10x_3 &= 0\end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - 3x_3 &= 0 \\2x_1 - 4x_2 + 3x_3 &= 0 \\6x_1 - 8x_2 + 6x_3 &= 0\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + 7x_3 - x_4 &= 0 \\2x_1 + 3x_2 - 8x_3 + x_4 &= 0\end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + 4x_3 - 3x_4 &= 0 \\3x_1 + 5x_2 + 6x_3 - 4x_4 &= 0 \\4x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 0 \\3x_1 + 8x_2 + 24x_3 - 19x_4 &= 0\end{aligned}$$

5.

$$\begin{aligned}x_1 - x_3 &= 0 \\x_2 - x_4 &= 0 \\-x_1 + x_3 - x_5 &= 0 \\-x_2 + x_4 - x_6 &= 0 \\-x_3 + x_5 &= 0 \\-x_4 + x_6 &= 0\end{aligned}$$

6.

$$\begin{aligned}5x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 7x_4 + 5x_5 &= 0 \\2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 + 2x_5 &= 0 \\7x_1 + 9x_2 - 3x_3 + 5x_4 + 6x_5 &= 0 \\5x_1 + 9x_2 - 3x_3 + x_4 + 6x_5 &= 0\end{aligned}$$

7.

$$\begin{aligned}3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 &= 0 \\5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 + 4x_5 &= 0 \\4x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 + 5x_5 &= 0 \\7x_1 + 10x_2 + x_3 + 6x_4 + 5x_5 &= 0\end{aligned}$$