

MathCon

The Mathematics Firm

Matrices

Ejercicios sobre matrices

www.math.com.mx

José de Jesús Angel Angel
jjaa@math.com.mx

MathCon © 2007-2009

Contenido

1. Matrices Inversas

2

1

Matrices Inversas

Encontrar las siguientes matrices inversas.

$$1. A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$2. A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$3. A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$4. A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$5. A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$6. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$7. A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

$$8. A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$9. A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \\ -1 & -1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$10. A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$11. A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$12. A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$13. A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$14. A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$15. A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$16. A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$17. A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$18. A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$19. A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$20. A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$21. A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & -2 \\ -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 4 & -7 & 6 \\ -2 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

$$22. A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & -2 \\ -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 4 & -7 & 6 \\ -2 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

$$23. A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} 9 & 6 & -13 \\ -5 & -3 & 7 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

$$24. A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} 9 & 6 & -13 \\ -5 & -3 & 7 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

$$25. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \\ 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$26. A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \\ 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$27. A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & -3 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$28. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 1 \\ -5 & 3 & -2 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$29. A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 5 & -6 & -3 \end{pmatrix}$$

$$30. A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \\ 1 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} -8 & 1 & -5 \\ -6 & 1 & -4 \\ 5 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$31. A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & -6 & 5 \\ -2 & -7 & 6 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

$$32. A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -2 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 4 \\ -1 & -1 & -1 \\ 7 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$33. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$34. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Solución: } A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

35. Encontrar todas las matrices que conmutan con la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

36. Encontrar la matriz inversa de la siguiente matriz:

$$B = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 1 \\ 51 & 3 & -2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

37. Resolver el siguiente sistema de ecuaciones usando la matriz inversa:

$$\begin{aligned} x - 2y + 3z &= 11 \\ 4x + y - z &= 4 \\ 2x - y + 3z &= 10 \end{aligned}$$

38. Mostrar, que para dos matrices no singulares A, B se cumple que $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.