MathCon

The Mathematics Firm

Multiplicación de Polinomios

Ejercicios de multiplicación de polinomios

www.math.com.mx

José de Jesús Angel Angel

jjaa@math.com.mx

Contenido

1 Antecedentes

La multiplicación de polinomios se lleva a cabo usando las reglas de los números reales de campo (aún si los coeficientes son complejos). Entonces lo más importante al realizar multiplicación de polinomios es tener en mente las reglas de campo de los números reales.

Propiedades de grupo abeliano de los $\mathbb{R}$ con la suma $(\mathbb{R}, +)$.

1. Para todo reales a, b, entonces $a + b \in \mathbb{R}$, (cerradura).
2. Pata todo reales a, b, entonces $a + b = b + a$, (conmutatividad).
3. Para todo reales a, b, c, tenemos que $a + (b + c) = (a + b) + c$, (asociatividad).
4. Existe un elemento $0 \in \mathbb{R}$, llamado cero, tal que $a + 0 = 0 + a = a$, $\bigvee a \in \mathbb{R}$, (existencia del neutro aditivo).
5. Para todo $a \in \mathbb{R}$, existe un real llamado inverso aditivo $(-a)$, tal que $a + (-a) = 0$, (existencia del inverso aditivo).

Propiedades de grupo abeliano de los $\mathbb{R}$ con el producto $(\mathbb{R}^*, \cdot)$, $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\}$.

6 Para todo reales a, b, entonces $a \cdot b \in \mathbb{R}$, (cerradura).

7 Pata todo reales a, b, entonces $a \cdot b = b \cdot a$, (conmutatividad).

8 Para todo reales a, b, c, tenemos que $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$, (asociatividad).

9 Existe un elemento $1 \in \mathbb{R}$, llamado uno, tal que $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$, $\bigvee a \in \mathbb{R}$, (existencia del neutro multiplicativo).

10 Para todo $a \in \mathbb{R}^*$, existe un real llamado inverso multiplicativo (a^{-1}), tal que $a \cdot (a^{-1}) = 1$, (existencia del inverso multiplicativo).

Propiedades distributiva del producto respecto a la suma en los $\mathbb{R}$.

11 Para todo reales a, b, c, tenemos que $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$, (distributividad).

A las propiedades anteriores las haremos referencia por el número del 1 al 11.

Otras de las propiedades que se derivan de las anteriores pero que son usadas frecuentemente con un nombre especial se listan a continuación:

1. Ley de los signos:
   a) $+$ por $+$ da $+$
   b) $-$ por $+$ da $-$
   c) $+$ por $-$ da $-$
   d) $-$ por $-$ da $+$
2. Ley de los exponentes:
   a) Al multiplicar potencias con la misma base, las potencias se suman: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

Haremos uso también de la siguiente notación:

1. Un monomio es un término como ax, donde a representa una constante y se llama coeficiente y x representa una variable y se llama indeterminada. En general un monomio es un producto de constantes y potencias de indeterminadas, como ax^5
2. Un binomio tiene la forma de la suma de dos monomios: por ejemplo $ax^3 + bx^6$.
3. Polinomio se usa para denotar a la suma de más de dos monomios, por ejemplo $ax + bx^2 + cx^3$.

2 Multiplicación de monomios

1. ab por $-ab$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos y la ley de los exponentes, obtenemos:

$$\begin{aligned} (ab)(-ab) &= -(abab) \\ &= -aabb \\ &= -a^{1+1}b^{1+1} \\ &= -a^2b^2 \end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(ab)(-ab) = -a^2b^2$$

2. $-3x^3y$ por xy

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos y la ley de los exponentes, obtenemos:

$$\begin{aligned} (-3x^3y)(xy) &= -(3x^3yxy) \\ &= -3x^3xyy \\ &= -3x^{3+1}y^{1+1} \\ &= -3x^4y^2 \end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(-3x^3y)(xy) = -3x^4y^2$$

3. abc por c^2d

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa y la ley de los exponentes, obtenemos:

$$\begin{aligned} (abc)(c^2d) &= (abcc^2d) \\ &= abc^3d \end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(abc)(c^2d) = abc^3d$$

4. abc por c^2d

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa y la ley de los exponentes, obtenemos:

$$\begin{aligned}(abc)(c^2d) &= (abcc^2d)\\ &= abc^{1+2}d\\ &= abc^3d\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(abc)(c^2d) = abc^3d$$

5. $-8m^2n^4$ por $-9a^2mx^3$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos y la ley de los exponentes, obtenemos:

$$\begin{aligned}(-8m^2n^4)(-9a^2mx^3) &= +(8m^2n^49a^2mx^3)\\ &= 8\cdot 9m^2mn^4a^2x^3\\ &= 72m^{2+1}n^4a^2x^3\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(-8m^2n^4)(-9a^2mx^3) = 72m^3n^4a^2x^3$$

6. $-5a^mb^n$ por $-6a^2b^3x$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos y la ley de los exponentes, obtenemos:

$$\begin{aligned}(-5a^mb^n)(-6a^2b^3x) &= +(5a^mb^n)(6a^2b^3x)\\ &= 5\cdot 6a^ma^2b^nb^3x\\ &= 30a^{m+2}b^{n+3}x\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(-5a^mb^n)(-6a^2b^3x) = 30a^{m+2}b^{n+3}x$$

7. x^my^nc por $-x^my^nc^x$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos y la ley de los exponentes, obtenemos:

$$\begin{aligned}(x^m y^n c)(-x^m y^n c^x) &= -(x^m y^n c)(x^m y^n c^x)\\ &= -x^m x^m y^n y^n c c^x\\ &= -x^{m+m} y^{n+n} c^{1+x}\\ &= -x^{2m} y^{2n} c^{1+x}\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(x^m y^n c)(-x^m y^n c^x) = -x^{2m} y^{2n} c^{1+x}$$

8. $4a^n b^x$ por $-ab^{x+1}$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos y la ley de los exponentes, obtenemos:

$$\begin{aligned}(4a^n b^x)(-ab^{x+1}) &= -(4a^n b^x)(ab^{x+1})\\ &= -4a^n a b^x b^{x+1}\\ &= -4a^{n+1} b^{x+x+1}\\ &= -4a^{n+1} b^{2x+1}\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(4a^n b^x)(-ab^{x+1}) = -4a^{n+1} b^{2x+1}$$

9. $3x^{n+2} b^{n+5}$ por $-5x^{n+5} b^{n+1}$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos y la ley de los exponentes, obtenemos:

$$\begin{aligned}(3x^{n+2} b^{n+5})(-5x^{n+5} b^{n+1}) &= -(3x^{n+2} b^{n+5})(5x^{n+5} b^{n+1})\\ &= -3 \cdot 5x^{n+2} x^{n+5} b^{n+5} b^{n+1}\\ &= -15x^{n+2+n+5} b^{n+5+n+1}\\ &= -15x^{2n+7} b^{2n+6}\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(3x^{n+2} b^{n+5})(-5x^{n+5} b^{n+1}) = -15x^{2n+7} b^{2n+6}$$

10. $-5m^a n^{b-1} c^{-3}$ por $-7m^{2a-3} n^{b-4} c^{d-1}$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos y la ley de los exponentes, obtenemos:

$$\begin{aligned}(-5m^a n^{b-1} c^{-3})(-7m^{2a-3} n^{b-4} c^{d-1}) &= +(5m^a n^{b-1} c^{-3})(7m^{2a-3} n^{b-4} c^{d-1})\\ &= 5 \cdot 7m^a m^{2a-3} n^{b-1} n^{b-4} c^{-3} c^{d-1}\\ &= 35m^{a+2a-3} n^{b-1+b-4} c^{-3+d-1}\\ &= 35m^{3a-3} n^{2b-5} c^{d-4}\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(-5m^a n^{b-1} c^{-3})(-7m^{2a-3} n^{b-4} c^{d-1}) = 35m^{3a-3} n^{2b-5} c^{d-4}$$

11. $a^m b^n c$ por $a^{2m-1} b^{3n+7} c^{-1}$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos y la ley de los exponentes ($a^0 = 1$), obtenemos:

$$\begin{aligned}(a^m b^n c)(a^{2m-1} b^{3n+7} c^{-1}) &= (a^m b^n c)(a^{2m-1} b^{3n+7} c^{-1}) \\ &= a^{m+2m-1} b^{n+3n+7} c^{1-1} \\ &= a^{3m-1} b^{4n+7} c^0 \\ &= a^{3m-1} b^{4n+7}\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(a^m b^n c)(a^{2m-1} b^{3n+7} c^{-1}) = a^{3m-1} b^{4n+7}$$

12. $\frac{2}{3}abc$ por $\frac{2}{7}a^3 b^n c^{1-s}$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos y la ley de los exponentes ($a^0 = 1$), obtenemos:

$$\begin{aligned}(\frac{2}{3}abc)(\frac{2}{7}a^3 b^n c^{1-s}) &= \frac{4}{21}(abc)(a^3 b^n c^{1-s}) \\ &= \frac{4}{21}aa^3 bb^n cc^{1-s} \\ &= \frac{4}{21}a^4 b^{n+1} c^{1+1-s} \\ &= \frac{4}{21}a^4 b^{n+1} c^{2-s}\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(\frac{2}{3}abc)(\frac{2}{7}a^3 b^n c^{1-s}) = \frac{4}{21}a^4 b^{n+1} c^{2-s}$$

13. $-\frac{3}{5}x^3 y^4 z^a$ por $-\frac{5}{6}x^{n-3} y^{m-4} z^b$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos y la ley de los exponentes ($a^0 = 1$), obtenemos:

$$\begin{aligned}(-\frac{3}{5}x^3 y^4 z^a)(-\frac{5}{6}x^{n-3} y^{m-4} z^b) &= +\frac{1}{2}(x^3 y^4 z^a)(x^{n-3} y^{m-4} z^b) \\ &= \frac{1}{2}(x^3 y^4 z^a)(x^{n-3} y^{m-4} z^b) \\ &= \frac{1}{2}x^3 x^{n-3} y^4 y^{m-4} z^a z^b \\ &= \frac{1}{2}x^{3+n-3} y^{4+m-4} z^{a+b} \\ &= \frac{1}{2}x^n y^m z^{a+b}\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(-\frac{3}{5}x^3y^4z^a)(-\frac{5}{6}x^{n-3}y^{m-4}z^b) = \frac{1}{2}x^ny^mz^{a+b}$$

14. $-\frac{2}{11}a^{x+1}b^{x-3}c^2$ por $-\frac{44}{7}a^{x-3}b^2c^{y-2}$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos y la ley de los exponentes ($a^0 = 1$), obtenemos:

$$\begin{aligned}
(-\frac{2}{11}a^{x+1}b^{x-3}c^2)(-\frac{44}{7}a^{x-3}b^2c^{y-2}) &= +\frac{8}{7}(a^{x+1}b^{x-3}c^2)(a^{x-3}b^2c^{y-2}) \\
&= \frac{8}{7}a^{x+1}a^{x-3}b^{x-3}b^2c^2c^{y-2} \\
&= \frac{8}{7}a^{x+1+x-3}b^{x-3+2}c^{2+y-2} \\
&= \frac{8}{7}a^{2x-2}b^{x-1}c^y
\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(-\frac{2}{11}a^{x+1}b^{x-3}c^2)(-\frac{44}{7}a^{x-3}b^2c^{y-2}) = \frac{8}{7}a^{2x-2}b^{x-1}c^y$$

15. $(2a)(-a^2)(-3a^3)(4a)$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos y la ley de los exponentes ($a^0 = 1$), obtenemos:

$$\begin{aligned}
(2a)(-a^2)(-3a^3)(4a) &= (-)(-)(2)(3)(4)aa^2a^3a \\
&= (+)(24)a^{1+2}a^{3+1} \\
&= (+)(24)a^3a^4 \\
&= 24a^{3+4} \\
&= 24a^7
\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(2a)(-a^2)(-3a^3)(4a) = 24a^7$$

16. $(4a^2)(-5a^3x^2)(-ax^3y)$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos y la ley de los exponentes ($a^0 = 1$), obtenemos:

$$\begin{aligned}
(4a^2)(-5a^3x^2)(-ax^3y) &= (-)(-)(4)(5)a^2a^3x^2ax^3y) \\
&= (-)(-)(4)(5)a^2a^3ax^2x^3y \\
&= (+)(20)a^{2+3}ax^{2+3}y \\
&= 20a^{5+1}x^5y \\
&= 20a^6x^5y
\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto
$$(4a^2)(-5a^3x^2)(-ax^3y) = 20a^6x^5y$$

17. $(-a^m)(-2ab)(-3a^2b^x)(b^y)$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos y la ley de los exponentes ($a^0 = 1$), obtenemos:

$$\begin{aligned}(-a^m)(-2ab)(-3a^2b^x)(b^y) &= (-)(-)(-)(2)(3)(a^m)(ab)(a^2b^x)(b^y)\\ &= (-)(-)(-)(2)(3)a^maba^2b^xb^y\\ &= (-)(6)a^maa^2bb^xb^y\\ &= -6a^{m+1}a^2b^{1+x}b^y\\ &= -6a^{m+1+2}b^{1+x+y}\\ &= -6a^{m+3}b^{1+x+y}\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto
$$(-a^m)(-2ab)(-3a^2b^x)(b^y) = -6a^{m+3}b^{1+x+y}$$

18. $(-a^mb^x)(-2a^2b^3)(-2ab)(-3a^2x)$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos, y la ley de los exponentes ($a^0 = 1$), obtenemos:

$$\begin{aligned}(-a^mb^x)(-2a^2b^3)(-2ab)(-3a^2x) &= (-)(-)(-)(-)(2)(2)(3)(a^mb^x)(a^2b^3)(ab)(a^2x)\\ &= (+)(12)(a^mb^x)(a^2b^3)(ab)(a^2x)\\ &= 12a^ma^2aa^2b^xb^3bx\\ &= 12a^{m+2+1+2}b^{x+3+1}x\\ &= 12a^{m+5}b^{x+4}x\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto
$$(-a^mb^x)(-2a^2b^3)(-2ab)(-3a^2x) = 12a^{m+5}b^{x+4}x$$

19. $(\frac{1}{2}a^nx^3)(-\frac{2}{3}a^2x)(-\frac{3}{5}a^mx^2)$.

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos y la ley de los exponentes ($a^0 = 1$), obtenemos:

$$\begin{aligned}(\frac{1}{2}a^nx^3)(-\frac{2}{3}a^2x)(-\frac{3}{5}a^mx^2) &= (-)(-)(\frac{1}{2})(\frac{2}{3})(\frac{3}{5})(a^nx^3)(a^2x)(a^mx^2)\\ &= (+)(\frac{1}{5})(a^nx^3)(a^2x)(a^mx^2)\\ &= \frac{1}{5}a^na^2a^mx^3xx^2\\ &= \frac{1}{5}a^{n+2+m}x^{3+1+2}\\ &= \frac{1}{5}a^{2+n+m}x^6\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(\frac{1}{2}a^nx^3)(-\frac{2}{3}a^2x)(-\frac{3}{5}a^mx^2) = \frac{1}{5}a^{2+n+m}x^6$$

20. $(-\frac{1}{2}x^2y^3z)(-\frac{3}{5}xyz^{-n})(-\frac{10}{3}x^{-3}y^{-2}z^m)(-\frac{3}{4}x^2y)$.

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos y la ley de los exponentes ($a^0 = 1$), obtenemos:

$$\begin{aligned}(-\frac{1}{2}x^2y^3z)(-\frac{3}{5}xyz^{-n})(-\frac{10}{3}x^{-3}y^{-2}z^m)(-\frac{3}{4}x^2y) &= (-)(-)(-)(-)(\frac{1}{2})(\frac{3}{5})(\frac{10}{3})(\frac{3}{4}) \\ &\quad (x^2y^3z)(xyz^{-n})(x^{-3}y^{-2}z^m)(x^2y) \\ &= (+)(\frac{3}{4})(x^2y^3z)(xyz^{-n})(x^{-3}y^-2z^m)(x^2y) \\ &= \frac{3}{4}x^{2+1-3+2}y^{3+1-2+1}z^{1-n+m+1} \\ &= \frac{3}{4}x^2y^3z^{m-n+2}\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(-\frac{1}{2}x^2y^3z)(-\frac{3}{5}xyz^{-n})(-\frac{10}{3}x^{-3}y^{-2}z^m)(-\frac{3}{4}x^2y) = \frac{3}{4}x^2y^3z^{m-n+2}$$

Algunos errores comúnmente hechos:

Observación 1: Multiplicar $(-a)(bc)$, no es igual a $(-ab)(-ac)$.

3

Multiplicación de un monomio por un polinomio

Observación 2: Al multiplicar un monomio por un polinomio se hace uso de la ley distributiva del producto respecto a la suma $a(b+c) = ab + ac$.

Observación 3: De hecho la multiplicación de un monomio por un polinomio, es lo mismo que multiplicar el monomio por cada término del polinomio que son monomios. Es decir, esta operación es varias veces la operación de la sección anterior.

1. $(a^3 - 4a^2 + 6a)$ por $(-ab)$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos, la ley de los exponentes $(a^0 = 1)$ y la ley distributiva, obtenemos:

$$\begin{aligned}(a^3 - 4a^2 + 6a)(-ab) &= [(a^3)(-ab)] + [(-4a^2)(-ab)] + [(6a)(-ab)] \\ &= -a^3ab - 4a^2ab - 6aab \\ &= -a^4b + 4a^3b - 6a^2b\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(a^3 - 4a^2 + 6a)(-ab) = -a^4b + 4a^3b - 6a^2b$$

2. $(a^mb^n + a^{m-1}b^{n+1} - a^{m-2}b^{n+2})$ por $(3a^2b)$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos, la ley de los exponentes $(a^0 = 1)$ y la ley distributiva, obtenemos:

$$\begin{aligned}(a^mb^n + a^{m-1}b^{n+1} - a^{m-2}b^{n+2})(3a^2b) &= [(a^mb^n)(3a^2b)] + [(a^{m-1}b^{n+1})(3a^2b)] \\ &\quad -[(a^{m-2}b^{n+2})(3a^2b)] \\ &= [3a^{m+2}b^{n+1}] + [3a^{m-1+2}b^{n+1+1}] - [3a^{m-2+2}b^{n+2+1}] \\ &= 3a^{m+2}b^{n+1} + 3a^{m+1}b^{n+2} - 3a^mb^{n+3}\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(a^m b^n + a^{m-1}b^{n+1} - a^{m-2}b^{n+2})(3a^2b) = 3a^{m+2}b^{n+1} + 3a^{m+1}b^{n+2} - 3a^m b^{n+3}$$

3. $(x^3 - 4x^2y + 6xy^2)$ por (ax^3y)

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos, la ley de los exponentes ($a^0 = 1$) y la ley distributiva, obtenemos:

$$\begin{aligned}(x^3 - 4x^2y + 6xy^2)(ax^3y) &= [(x^3)(ax^3y)] - [(4x^2y)(ax^3y)] + [(6xy^2)(ax^3y)]\\ &= [ax^{3+3}y] - [4ax^{2+3}y^{1+1}] + [6ax^{1+3}y^{2+1}]\\ &= ax^6y - 4ax^5y^2 + 6ax^4y^3\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(x^3 - 4x^2y + 6xy^2)(ax^3y) = ax^6y - 4ax^5y^2 + 6ax^4y^3$$

4. $(x^{a+5} - 3x^{a+4} + x^{a+3} - 5x^{a+1})$ por $(-2x^2)$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos, la ley de los exponentes ($a^0 = 1$) y la ley distributiva, obtenemos:

$$\begin{aligned}(x^{a+5} - 3x^{a+4} + x^{a+3} - 5x^{a+1})(-2x^2) &= [(x^{a+5})(-2x^2)] + [(-3x^{a+4})(-2x^2)]\\ &\quad +[(x^{a+3})(-2x^2)] + [(-5x^{a+1})(-2x^2)]\\ &= [-2x^{a+5+2}] + [(-)(-)6x^{a+4+2}]\\ &\quad -[2x^{a+3+2}] + [(-)(-)10x^{a+1+2}]\\ &= [-2x^{a+7}] + [6x^{a+6}] - [2x^{a+5}] + [10x^{a+3}]\\ &= -2x^{a+7} + 6x^{a+6} - 2x^{a+5} + 10x^{a+3}\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(x^{a+5} - 3x^{a+4} + x^{a+3} - 5x^{a+1})(-2x^2) = -2x^{a+7} + 6x^{a+6} - 2x^{a+5} + 10x^{a+3}$$

5. $(\frac{2}{3}a - \frac{3}{4}b)$ por $(-\frac{2}{3}a^3b)$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos, la ley de los exponentes ($a^0 = 1$) y la ley distributiva, obtenemos:

$$\begin{aligned}(\frac{2}{3}a - \frac{3}{4}b)(-\frac{2}{3}a^3b) &= [(\frac{2}{3}a)(-\frac{2}{3}a^3b)] + [(-\frac{3}{4}b)(-\frac{2}{3}a^3b)]\\ &= -(\frac{4}{9}a^4b) + (\frac{1}{2}a^3b^2)\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(\frac{2}{3}a - \frac{3}{4}b)(-\frac{2}{3}a^3b) = -\frac{4}{9}a^4b + \frac{1}{2}a^3b^2$$

6. $(\frac{3}{5}a - \frac{1}{6}b + \frac{2}{5}c)$ por $(-\frac{5}{3}ac^2)$.

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos, la ley de los exponentes ($a^0 = 1$) y la ley distributiva, obtenemos:

$$\begin{aligned}(\frac{3}{5}a - \frac{1}{6}b + \frac{2}{5}c)(-\frac{5}{3}ac^2) &= [(\frac{3}{5}a)(-\frac{5}{3}ac^2)] + [(-\frac{1}{6}b)(-\frac{5}{3}ac^2)] \\ &\quad +[(\frac{2}{5}c)(-\frac{5}{3}ac^2)] \\ &= [-a^2c^2] + [\frac{5}{18}abc^2] - [\frac{2}{3}ac^3] \\ &= -a^2c^2 + \frac{5}{18}abc^2 - \frac{2}{3}ac^3\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(\frac{3}{5}a - \frac{1}{6}b + \frac{2}{5}c)(-\frac{5}{3}ac^2) = -a^2c^2 + \frac{5}{18}abc^2 - \frac{2}{3}ac^3$$

7. $(\frac{2}{3}m^3 + \frac{1}{2}m^2n - \frac{5}{6}mn^2 - \frac{1}{9}n^3)$ por $(\frac{3}{4}m^2n^3)$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos, la ley de los exponentes ($a^0 = 1$) y la ley distributiva, obtenemos:

$$\begin{aligned}(\frac{2}{3}m^3 + \frac{1}{2}m^2n - \frac{5}{6}mn^2 - \frac{1}{9}n^3)(\frac{3}{4}m^2n^3) &= [(\frac{2}{3}m^3)(\frac{3}{4}m^2n^3)] + [(\frac{1}{2}m^2n)(\frac{3}{4}m^2n^3)] \\ &\quad -[(\frac{5}{6}mn^2)(\frac{3}{4}m^2n^3)] - [(\frac{1}{9}n^3)(\frac{3}{4}m^2n^3)] \\ &= \frac{1}{2}m^5n^3 + \frac{3}{12}m^4n^4 \\ &\quad -\frac{5}{8}m^3n^5 - \frac{1}{12}n^6m^2\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(\frac{2}{3}m^3 + \frac{1}{2}m^2n - \frac{5}{6}mn^2 - \frac{1}{9}n^3)(\frac{3}{4}m^2n^3) = \frac{1}{2}m^5n^3 + \frac{3}{12}m^4n^4 - \frac{5}{8}m^3n^5 - \frac{1}{12}n^6m^2$$

4 Multiplicación de Polinomios

La multiplicación de polinomios se lleva a cabo de manera similar que las anteriores, multiplicando cada término del primer polinomio por cada uno del segundo polinomio.

Observación 4: Al multiplicar polinomios hay que tener mucho cuidado al eliminar paréntesis ya que los signos pueden ser afectados. Un signo fuera de un paréntesis afecta a todos los términos dentro del paréntesis.

Observación 5: El procedimiento general es multiplicar cada término de un polinomio por todos los términos del otro y posteriormente A6ucir términos semejantes.

Observación 6: Se sugiere que primero se practique ejemplos de dos o tres términos a lo más de manera amplia y después se realicen ejemplos más grandes, que de esta manera NO deben de ofrecer obstáculo alguno.

1. $(a-3)$ por $(a+1)$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos, la ley distributiva y la ley de los exponentes ($a^0 = 1$), obtenemos:

$$\begin{aligned}(a-3)(a+1) &= (a-3)a+(a-3)(1)\\ &= (aa-3a)+(a-3)\\ &= (a^2-3a)+(a-3)\\ &= a^2-3a+a-3\\ &= a^2-2a-3\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(a-3)(a+1) = a^2-2a-3$$

2. $(5a - 7b)$ por $(a + 3b)$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos, la ley distributiva y la ley de los exponentes ($a^0 = 1$), obtenemos:

$$\begin{aligned}(5a-7b)(a+3b) &= (5a-7b)a + (5a-7b)(3b)\\ &= (5a^2-7ab)+(15ab-21b^2)\\ &= 5a^2-7ab+15ab-21b^2\\ &= 5a^2+8ab-21b^2\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(5a-7b)(a+3b) = 5a^2+8ab-21b^2$$

3. $(-4y + 5x)$ por $(-3x + 2y)$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos, la ley distributiva y la ley de los exponentes ($a^0 = 1$), obtenemos:

$$\begin{aligned}(-4y+5x)(-3x+2y) &= (-4y+5x)(-3x)+(-4y+5x)(2y)\\ &= 12xy-15x^2-8y^2+10xy\\ &= 22xy-15x^2-8y^2\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(-4y+5x)(-3x+2y) = 22xy-15x^2-8y^2$$

4. $(6m - 5n)$ por $(-n + m)$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos, la ley distributiva y la ley de los exponentes ($a^0 = 1$), obtenemos:

$$\begin{aligned}(6m-5n)(-n+m) &= (6m-5n)(-n)+(6m-5n)(m)\\ &= -6mn+5n^2+6m^2-5nm\\ &= 6m^2+5n^2-11mn\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(6m-5n)(-n+m) = 6m^2+5n^2-11mn$$

5. $(x^2 + xy + y^2)$ por $(x - y)$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos, la ley distributiva y la ley de los exponentes ($a^0 = 1$), obtenemos:

$$\begin{aligned}(x^2+xy+y^2)(x-y) &= (x^2+xy+y^2)(x)+(x^2+xy+y^2)(-y)\\ &= x^3+x^2y+xy^2-x^2y-xy^2-y^3\\ &= x^3-y^3\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(x^2+xy+y^2)(x-y)=x^3-y^3$$

6. (m^3-m^2+m-2) por $(am+a)$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos, la ley distributiva y la ley de los exponentes ($a^0=1$), obtenemos:

$$\begin{aligned}(m^3-m^2+m-2)(am+a) &= (m^3-m^2+m-2)(am)+(m^3-m^2+m-2)(a)\\ &= am^4-am^3+am^2-2am+am^3-am^2+am-2a\\ &= am^4-am-2a\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(m^3-m^2+m-2)(am+a)=am^4-am-2a$$

7. (a^2+a+1) por (a^2-a-1)

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos, la ley distributiva y la ley de los exponentes ($a^0=1$), obtenemos:

$$\begin{aligned}(a^2+a+1)(a^2-a-1) &= (a^2+a+1)(a^2)+(a^2+a+1)(-a)+(a^2+a+1)(-1)\\ &= a^4+a^3+a^2-a^3-a^2-a-a^2-a-1\\ &= a^4-2a-a^2-1\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(a^2+a+1)(a^2-a-1)=a^4-2a-a^2-1$$

8. $(x^2+y^2+z^2-xy-xz-yz)$ por $(x+y+z)$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos, la ley distributiva y la ley de los exponentes ($a^0=1$), obtenemos:

$$\begin{aligned}(x^2+y^2+z^2-xy-xz-yz)(x+y+z) &= (x^2+y^2+z^2-xy-xz-yz)(x)\\ &\quad +(x^2+y^2+z^2-xy-xz-yz)(y)\\ &\quad +(x^2+y^2+z^2-xy-xz-yz)(z)\\ &= x^3+xy^2+xz^2-x^2y-x^2z-xyz\\ &\quad +yx^2+y^3+yz^2-xy^2-xyz-y^2z\\ &\quad +x^2z+y^2z+z^3-xyz-xz^2-yz^2\\ &= x^3++y^3+z^3-3xyz\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(x^2+y^2+z^2-xy-xz-yz)(x+y+z)=x^3++y^3+z^3-3xyz$$

9. $(a^nb-a^{n-1}b^2+2a^{n-2}b^3-a^{n-3}b^4)$ por $(a^nb^2-a^{n-2}b^4)$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos, la ley distributiva y la ley de los exponentes ($a^0 = 1$), obtenemos:

$$\begin{aligned}
(a^n b - a^{n-1}b^2 + 2a^{n-2}b^3 - a^{n-3}b^4) \\
(a^n b^2 - a^{n-2}b^4) &= (a^n b - a^{n-1}b^2 + 2a^{n-2}b^3 - a^{n-3}b^4)(a^n b^2) \\
&\quad (a^n b - a^{n-1}b^2 + 2a^{n-2}b^3 - a^{n-3}b^4)(-a^{n-2}b^4) \\
&= a^{2n}b^3 - a^{2n-1}b^4 + 2a^{2n-2}b^5 - a^{2n-3}b^6 \\
&\quad -a^{2n-2}b^5 + a^{2n-3}b^6 - 2a^{2n-4}b^7 + a^{2n-5}b^8) \\
&= a^{2n}b^3 - a^{2n-1}b^4 + a^{2n-2}b^5 - 2a^{2n-4}b^7 + a^{2n-5}b^8
\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(a^n b - a^{n-1}b^2 + 2a^{n-2}b^3 - a^{n-3}b^4)(a^n b^2 - a^{n-2}b^4) = a^{2n}b^3 - a^{2n-1}b^4 + a^{2n-2}b^5 - 2a^{2n-4}b^7 + a^{2n-5}b^8$$

10. $(a^{2m+1} - 5a^{2m+2} + 3a^{2m})$ por $(a^{3m-3} + 6^{3m-1} - 8a^{3m-2})$

Paso 1 Usando la propiedad conmutativa, asociativa, ley de signos, la ley distributiva y la ley de los exponentes ($a^0 = 1$), obtenemos:

$$\begin{aligned}
(a^{2m+1} - 5a^{2m+2} + 3a^{2m}) \\
(a^{3m-3} + 6a^{3m-1} - 8a^{3m-2}) &= (a^{2m+1} - 5a^{2m+2} + 3a^{2m})(a^{3m-3}) \\
&\quad (a^{2m+1} - 5a^{2m+2} + 3a^{2m})(6a^{3m-1}) \\
&\quad (a^{2m+1} - 5a^{2m+2} + 3a^{2m})(-8a^{3m-2}) \\
&= a^{5m-2} - 5a^{5m-1} + 3a^{5m-3} \\
&\quad 6a^{5m} - 30a^{5m+1} + 18a^{5m-1} \\
&\quad -8a^{5m-1} + 40a^{5m} - 24a^{5m-2} \\
&= -23a^{5m-2} + 5a^{5m-1} + 3a^{5m-3} + 46a^{5m} - 30a^{5m+1}
\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$(a^{2m+1} - 5a^{2m+2} + 3a^{2m})(a^{3m-3} + 6^{3m-1} - 8a^{3m-2}) = -23a^{5m-2} + 5a^{5m-1} + 3a^{5m-3} + 46a^{5m} - 30a^{5m+1}$$