



# MathCon

*The Mathematics Firm*

## División de Polinomios

Ejercicios de división de polinomios

**[www.math.com.mx](http://www.math.com.mx)**

José de Jesús Angel Angel  
jjaa@math.com.mx

MathCon © 2007-2008



## Contenido

1. <b>Introducción</b>	2
2. <b>División de monomios</b>	3
3. <b>División de un polinomio por un monomio</b>	5
4. <b>División de un polinomio por un polinomio</b>	7

## Introducción

Uno de los temas más complicados es la división de polinomios, principalmente porque las operaciones no son muy frecuentes en muchos cursos. De hecho la división no es más que una multiplicación por un inverso multiplicativos.

Otras de las propiedades usadas en la división se listan a continuación:

1. **Ley de los signos:**

- a) + entre + da +
- b) – entre + da –
- c) + entre – da –
- d) – entre – da +

2. **Ley de los exponentes:**

- a) Al dividir potencias con la misma base, las potencias se restan:

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

Haremos uso también de la siguiente notación:

1. Un monomio es un término como  $ax$ , donde  $a$  representa una constante y se llama coeficiente y  $x$  representa una variable y se llama indeterminada.
2. Un binomio tiene la forma de la suma de dos monomios: por ejemplo  $ax + bx^2$ .
3. Polinomio se usa para denotar a la suma de más de dos monomios, por ejemplo  $ax + bx^2 + cx^3$ .

## División de monomios

1.  $-a^2b$  entre  $-ab$

Paso 1 Usando la ley de signos, y la ley de los exponentes ( $a^0 = 1$ ), obtenemos:

$$\begin{aligned}\frac{-a^2b}{-ab} &= +a^{2-1}b^{1-1} \\ &= a^1b^0 \\ &= a \cdot 1 \\ &= a\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$\frac{-a^2b}{-ab} = a$$

2.  $16m^6n^4$  entre  $-5n^3$

Paso 1 Usando la ley de signos, y la ley de los exponentes ( $a^0 = 1$ ), obtenemos:

$$\begin{aligned}\frac{16m^6n^4}{-5n^3} &= -\frac{16}{5}m^6n^{4-3} \\ &= -\frac{16}{5}m^6n^{1} \\ &= -\frac{16m^6}{5n}\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$\frac{16m^6n^4}{-5n^3} = -\frac{16m^6}{5n}$$

3.  $a^{m+3}$  entre  $a^{m+2}$

Paso 1 Usando la ley de signos, y la ley de los exponentes ( $a^0 = 1$ ), obtenemos:

$$\begin{aligned}\frac{a^{m+3}}{a^{m+2}} &= a^{m+3-(m+2)} \\ &= a^{m+3-m-2} \\ &= a\end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$\frac{a^{m+3}}{a^{m+2}} = a$$

4.  $3m^4n^5p^6$  entre  $-\frac{1}{3}m^4np^5$

Paso 1 Usando la ley de signos, y la ley de los exponentes ( $a^0 = 1$ ), obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{3m^4n^5p^6}{-\frac{1}{3}m^4np^5} &= -\frac{3}{\frac{1}{3}}m^{4-4}n^{5-1}p^{6-5} \\ &= -9m^0n^4p^1 \\ &= -9n^4p \end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$\frac{3m^4n^5p^6}{-\frac{1}{3}m^4np^5} = -9n^4p$$

5.  $-\frac{1}{15}a^{x-3}b^{m+5}c^2$  entre  $\frac{3}{5}a^{x-4}b^{m-1}$

Paso 1 Usando la ley de signos, y la ley de los exponentes ( $a^0 = 1$ ), obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{-\frac{1}{15}a^{x-3}b^{m+5}c^2}{\frac{3}{5}a^{x-4}b^{m-1}} &= -\frac{1}{\frac{3}{5}}a^{x-3-(x-4)}b^{m+5-(m-1)}c^2 \\ &= -\frac{1}{\frac{3}{5}}a^1b^4c^2 \\ &= -\frac{1}{9}ab^4c^2 \end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$\frac{-\frac{1}{15}a^{x-3}b^{m+5}c^2}{\frac{3}{5}a^{x-4}b^{m-1}} = -\frac{1}{9}ab^4c^2$$

**Algunos errores comúnmente hechos:**

**Observación 1** Multiplicar  $(-a)(bc)$  no es igual a  $(-ab)(-ac)$ .

## División de un polinomio por un monomio

**Observación 2** En la división de un polinomio por un monomio se hace uso de la ley distributiva  $a(b + c) = ab + ac$ .

1.  $4x^8 - 10x^6 - 5x^4$  entre  $2x^3$

Paso 1 Usando la ley de signos, y la ley de los exponentes ( $a^0 = 1$ ), obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{4x^8 - 10x^6 - 5x^4}{2x^3} &= \frac{4x^8}{2x^3} - \frac{10x^6}{2x^3} - \frac{5x^4}{2x^3} \\ &= 2x^{8-3} - 5x^{6-3} - \frac{5}{2}x^{4-3} \\ &= 2x^5 - 5x^3 - \frac{5}{2}x^1 \\ &= 2x^5 - 5x^3 - \frac{5}{2}x \end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$\frac{4x^8 - 10x^6 - 5x^4}{2x^3} = 2x^5 - 5x^3 - \frac{5}{2}x$$

2.  $4a^{x+4}b^{m-1} - 6a^{x+3}b^{m-2} + 8a^{x+2}b^{m-3}$  entre  $-2a^{x+2}b^{m-4}$

Paso 1 Usando la ley de signos, y la ley de los exponentes ( $a^0 = 1$ ), obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{4a^{x+4}b^{m-1} - 6a^{x+3}b^{m-2} + 8a^{x+2}b^{m-3}}{-2a^{x+2}b^{m-4}} &= \frac{4a^{x+4}b^{m-1}}{-2a^{x+2}b^{m-4}} - \frac{6a^{x+3}b^{m-2}}{-2a^{x+2}b^{m-4}} + \frac{8a^{x+2}b^{m-3}}{-2a^{x+2}b^{m-4}} \\ &= -2a^{x+4-(x+2)}b^{m-1-(m-4)} \\ &\quad + 3a^{x+3-(x+2)}b^{m-2-(m-4)} \\ &\quad - 4a^{x+2-(x+2)}b^{m-3-(m-4)} \\ &= -2a^2b^3 + 3a^1b^2 - 4a^0b^1 \\ &= -2a^2b^3 + 3ab^2 - 4b \end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$\frac{4a^{x+4}b^{m-1} - 6a^{x+3}b^{m-2} + 8a^{x+2}b^{m-3}}{-2a^{x+2}b^{m-4}} = -2a^2b^3 + 3ab^2 - 4b$$

$$3. \quad -\frac{3}{4}a^{n-1}x^{m+2} + \frac{1}{8}a^n x^{m+1} - \frac{2}{3}a^{n+1}x^m \text{ entre } -\frac{2}{5}a^3x^2$$

Paso 1 Usando la ley de signos, y la ley de los exponentes ( $a^0 = 1$ ), obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{-\frac{3}{4}a^{n-1}x^{m+2} + \frac{1}{8}a^n x^{m+1} - \frac{2}{3}a^{n+1}x^m}{-\frac{2}{5}a^3x^2} &= \frac{-\frac{3}{4}a^{n-1}x^{m+2}}{-\frac{2}{5}a^3x^2} + \frac{\frac{1}{8}a^n x^{m+1}}{-\frac{2}{5}a^3x^2} + \frac{-\frac{2}{3}a^{n+1}x^m}{-\frac{2}{5}a^3x^2} \\ &= \frac{15}{8}a^{n-1-(3)}x^{m+2-(2)} \\ &\quad - \frac{5}{16}a^{n-(3)}x^{m+1-(2)} \\ &\quad + \frac{10}{6}a^{n+1-(3)}x^{m-(2)} \\ &= \frac{15}{8}a^{n-4}x^m - \frac{5}{16}a^{n-3}x^{m-1} + \frac{10}{6}a^{n-2}x^{m-2} \end{aligned}$$

Paso 2 Por lo tanto

$$\frac{-\frac{3}{4}a^{n-1}x^{m+2} + \frac{1}{8}a^n x^{m+1} - \frac{2}{3}a^{n+1}x^m}{-\frac{2}{5}a^3x^2} = \frac{15}{8}a^{n-4}x^m - \frac{5}{16}a^{n-3}x^{m-1} + \frac{10}{6}a^{n-2}x^{m-2}$$

# 4

## División de un polinomio por un polinomio

**Observación 3** En una división de polinomios que tiene la forma:

$$g \overline{) \begin{array}{r} h \\ \sqrt{f} \\ r \end{array}}$$

$f$  es llamado dividendo,  $g$  el divisor,  $h$  el cociente y  $r$  el residuo. Siempre obtendremos que:

$$f = g \cdot h + r$$

1.  $a^2 + 2a - 3$  entre  $a + 3$

**Paso 1** Se dividen los primeros términos del dividendo y el divisor  $\frac{a^2}{a} = a$ , el resultado es el primer término del cociente:

$$a + 3 \overline{) \begin{array}{r} a \\ \sqrt{a^2 + 2a - 3} \end{array}}$$

**Paso 2** Se multiplica  $a$  por  $a + 3$ , se cambia el signo y se coloca abajo del dividendo:

$$a + 3 \overline{) \begin{array}{r} a \\ \sqrt{a^2 + 2a - 3} \\ -a^2 - 3a \end{array}}$$

**Paso 3** Se realiza la suma.

$$a + 3 \overline{) \begin{array}{r} a \\ \sqrt{a^2 + 2a - 3} \\ -a^2 - 3a \\ \hline 0 - a \end{array}}$$

**Paso 4** Se dividen ahora  $\frac{-a}{a} = -1$ , el resultado será el segundo término del cociente:

$$a + 3 \quad \begin{array}{r} a - 1 \\ \sqrt{a^2 + 2a - 3} \\ -a^2 - 3a \\ \hline -a \end{array}$$

**Paso 5** Se multiplica  $-1$  por  $a + 3$  se cambia de signo y se coloca abajo del residuo hasta ahora obtenido:

$$a + 3 \quad \begin{array}{r} a - 1 \\ \sqrt{a^2 + 2a - 3} \\ -a^2 - 3a \\ \hline -a \\ a + 3 \end{array}$$

**Paso 6** Se suma lo obtenido con los términos correspondientes:

$$a + 3 \quad \begin{array}{r} a - 1 \\ \sqrt{a^2 + 2a - 3} \\ -a^2 - 3a \\ \hline -a \\ a + 3 \\ \hline 0 \end{array}$$

**Paso 7** Por lo tanto

$$\frac{a^2 + 2a - 3}{a + 3} = a - 1$$

2.  $am^4 - am - 2a$  entre  $am + a$

**Paso 1** Se dividen los primeros términos del dividendo y el divisor  $\frac{am^4}{am} = m^3$ , el resultado es el primer término del cociente:

$$am + a \quad \begin{array}{r} m^3 \\ \sqrt{am^4 - am - 2a} \end{array}$$

**Paso 2** Se multiplica  $m^3$  por  $am + a$ , se cambia el signo y se coloca abajo del dividendo:

$$am + a \quad \begin{array}{r} m^3 \\ \sqrt{am^4 - am - 2a} \\ -am^4 - am^3 \end{array}$$

**Paso 3** Se realiza la suma.

$$am + a \quad \begin{array}{r} m^3 \\ \sqrt{am^4 - am - 2a} \\ -am^4 - am^3 \\ \hline 0 - am^3 - am - 2a \end{array}$$

**Paso 4** Se dividen ahora  $\frac{-am^3}{am} = -m^2$ , el resultado será el segundo término del cociente:

$$am + a \begin{array}{r} m^3 - m^2 \\ \sqrt{am^4 - am - 2a} \\ -am^4 - am^3 \\ \hline 0 - am^3 - am - 2a \end{array}$$

**Paso 5** Se multiplica  $-m^2$  por  $am + a$ , se cambia de signo y se coloca abajo del residuo hasta ahora obtenido:

$$am + a \begin{array}{r} m^3 - m^2 \\ \sqrt{am^4 - am - 2a} \\ -am^4 - am^3 \\ \hline 0 - am^3 - am - 2a \\ am^3 + am^2 \\ \hline \end{array}$$

**Paso 6** Se suma lo obtenido con los términos correspondientes:

$$am + a \begin{array}{r} m^3 - m^2 \\ \sqrt{am^4 - am - 2a} \\ -am^4 - am^3 \\ \hline 0 - am^3 - am - 2a \\ am^3 + am^2 \\ \hline 0 + am^2 - am - 2a \end{array}$$

**Paso 7** Se dividen ahora  $\frac{am^2}{am} = m$ , el resultado será el tercer término del cociente:

$$am + a \begin{array}{r} m^3 - m^2 + m \\ \sqrt{am^4 - am - 2a} \\ -am^4 - am^3 \\ \hline 0 - am^3 - am - 2a \\ am^3 + am^2 \\ \hline 0 + am^2 - am - 2a \end{array}$$

**Paso 8** Se multiplica  $m$  por  $am + a$ , se cambia de signo y se coloca abajo del residuo hasta ahora obtenido:

$$am + a \begin{array}{r} m^3 - m^2 + m \\ \sqrt{am^4 - am - 2a} \\ -am^4 - am^3 \\ \hline 0 - am^3 - am - 2a \\ am^3 + am^2 \\ \hline 0 + am^2 - am - 2a \\ -am^2 - am \\ \hline \end{array}$$

**Paso 9** Se suma lo obtenido con los términos correspondientes:

$$\begin{array}{r}
 am + a \quad \frac{m^3 - m^2 + m}{\sqrt{am^4 - am - 2a}} \\
 \underline{-am^4 - am^3} \\
 0 - am^3 - am - 2a \\
 \underline{am^3 + am^2} \\
 0 + am^2 - am - 2a \\
 \underline{-am^2 - am} \\
 0 - 2am - 2a
 \end{array}$$

**Paso 10** Se dividen ahora  $\frac{-2am}{am} = -2$ , el resultado será el cuarto término del cociente:

$$\begin{array}{r}
 am + a \quad \frac{m^3 - m^2 + m - 2}{\sqrt{am^4 - am - 2a}} \\
 \underline{-am^4 - am^3} \\
 0 - am^3 - am - 2a \\
 \underline{am^3 + am^2} \\
 0 + am^2 - am - 2a \\
 \underline{-am^2 - am} \\
 0 - 2am - 2a
 \end{array}$$

**Paso 11** Se multiplica  $-2$  por  $am + a$ , se cambia de signo y se coloca abajo del residuo hasta ahora obtenido:

$$\begin{array}{r}
 am + a \quad \frac{m^3 - m^2 + m - 2}{\sqrt{am^4 - am - 2a}} \\
 \underline{-am^4 - am^3} \\
 0 - am^3 - am - 2a \\
 \underline{am^3 + am^2} \\
 0 + am^2 - am - 2a \\
 \underline{-am^2 - am} \\
 0 - 2am - 2a \\
 \underline{2am + 2a}
 \end{array}$$

**Paso 12** Se suma lo obtenido con los términos correspondientes:

$$\begin{array}{r}
 am + a \quad \frac{m^3 - m^2 + m - 2}{\sqrt{am^4 - am - 2a}} \\
 \underline{-am^4 - am^3} \\
 0 - am^3 - am - 2a \\
 \underline{am^3 + am^2} \\
 0 + am^2 - am - 2a \\
 \underline{-am^2 - am} \\
 0 - 2am - 2a \\
 \underline{2am + 2a} \\
 0
 \end{array}$$

**Paso 7** Por lo tanto

$$\frac{am^4 - am - 2a}{am + a} = m^3 - m^2 + m - 2$$