MathCon

The Mathematics Firm

Factorización

Ejercicios de factorización

www.math.com.mx

José de Jesús Angel Angel
jjaa@math.com.mx

Contenido

1. Introducción **2**
1.1. Notación 2

2. Encontrar un factor común **3**

3. Encontrar más de un factor común **7**

4. Trinomio cuadrado perfecto **11**

5. Diferencia de cuadrados **14**

6. TCP y DC **16**

7. Completando TCP y Diferencia de Cuadrados **18**

1 Introducción

El problema de la factorización es simplemente una aplicación de la propiedad distributiva de los números reales. Para cualquiera tres números reales a, b, c se cumple siempre que $a(b+c) = ab + ac$. Ir del lado izquierdo al lado derecho de la igualdad se llama distribuir a a sobre la suma $b + c$. Ir del lado derecho al izquierdo de la igualdad se le llama factorización, factorizar a a.

Es muy difícil hacer una clasificación de los diferentes casos dónde pueda aplicarse la factorización, en la práctica puede aparecer de muchas formas algunas inesperadas.

La recomendación es hacer muchos ejercicios sin fijarse en que forma se encuentran.

Quizá pueden darse algunas características generales donde puede aparecer la factorización, en la siguiente lista damos algunos ejemplos resaltado esa característica.

1.1. Notación

1. Una constante es un número real o una letra que representa a un número real. Las constantes suelen representarse con las primeras letras del abecedario. Ejemplos de constantes son $2, 3, 5, a, b, c,$.

2. Una variable es una letra que representa un valor real desconocido, las variables se representan generalmente con las últimas letras del abecedario. Ejemplos de variables son x, y, z.

3. Un término algebraico es un producto que involucra constantes y variables. Ejemplos de términos son $3a, 5cb, 2ax, abxy$. Se suele llamar a parte de un término un factor, por ejemplo a es factor de $abxy$, ax es factor de $abxy$ etc.

4. Una expresión algebraica es una suma de varios términos. Ejemplos de expresiones algebraicas son $ab + xy, ax^2 + x + c$. Una expresión que consiste solo de términos producto de constantes y potencias de una variable se llama polinomio, por ejemplo $a + bx + cx^2 + dx^3$.

2

Encontrar un factor común

El caso más simple de la aplicación de la factorización es cuando todos los términos de una expresión algebraica tienen un factor común, es decir una variable, constante o productos de estos. Factorizar se usa como la acción de aplicar la propiedad distributiva de los números reales obteniendo la forma $a(b+c)$ de $ab+ac$.

1. Factorizar $-a-b$.

Paso 1 Identificado los términos.
La expresión $-a-b$ tiene dos términos, a, b.

Paso 2 Identificado el factor común.
En la expresión $-a-b$, -1 es un factor común, $(-1)a+(-1)b$.

Paso 3 Factorizando.
$-a-b=-(a+b)$. Aplicamos la propiedad de la identidad que dice que para todo número entero d entonces $1d=d$.

2. Factorizar a^2+ab.

Paso 1 Identificado los términos.
La expresión a^2+ab tiene dos términos, a^2, ab.

Paso 2 Identificado el factor común.
En la expresión a^2+ab, a es un factor común, $aa+ab$.

Paso 3 Factorizando.
$a^2+ab=a(a+b)$.

3. Factorizar $3a^3-a^2$.

Paso 1 Identificado los términos.
La expresión $3a^3-a^2$ tiene dos términos, $3a^3$, a^2.

Paso 2 Identificado el factor común.
En la expresión $3a^3-a^2$,a^2 es un factor común, $3a^2a-a^2$.

Paso 3 Factorizando.
$3a^3-a^2=a^2(3a-1)$.

4. Factorizar $2a^2x+6ax^2$.

Paso 1 Identificado los términos.
La expresión $2a^2x + 6ax^2$ tiene dos términos, $2a^2x$, $6ax^2$.

Paso 2 Identificado el factor común.
En la expresión $2a^2x + 6ax^2$, $2ax$ es un factor común, $2axa + 3 \cdot 2axx$.

Paso 3 Factorizando.
$2a^2x + 6ax^2 = 2ax(a + 3x)$.

5. Factorizar $35x^2y^3 - 70x^3$.

Paso 1 Identificado los términos.
La expresión $35x^2y^3 - 70x^3$ tiene dos términos, $35x^2y^3$, $70x^3$.

Paso 2 Identificado el factor común.
En la expresión $35x^2y^3 - 70x^3$, $7x^2$ es un factor común, $7x^2 5xy^3 - 10 \cdot 7x^2 x$.

Paso 3 Factorizando.
$35x^2y^3 - 70x^3 = 7x^2(5xy^3 - 10x)$.

6. Factorizar $25x^7 - 10x^5 + 15x^3 - 5x^2$.

Paso 1 Identificado los términos.
La expresión $25x^7 - 10x^5 + 15x^3 - 5x^2$ tiene cuatro términos, $25x^7$, $10x^5$, $15x^3$, $5x^2$.

Paso 2 Identificado el factor común.
En la expresión $25x^7 - 10x^5 + 15x^3 - 5x^2$, $5x^2$ es un factor común, $(5x^2 5x^5) - (2 \cdot 5x^2 x^3) + (3 \cdot 5x^2 x) - (5x^2)$.

Paso 3 Factorizando.
$25x^7 - 10x^5 + 15x^3 - 5x^2 = 5x^2(5x^5 - 23 + 3x - 1)$.

7. Factorizar $2(x - 1) + y(x - 1)$.

Paso 1 Identificado los términos.
La expresión $2(x - 1) + y(x - 1)$ tiene dos términos, $2(x - 1)$, $y(x - 1)$.

Paso 2 Identificado el factor común.
En la expresión $2(x - 1) + y(x - 1)$, $x - 1$ es un factor común, $2(x - 1) + y(x - 1)$.

Paso 3 Factorizando.
$2(x - 1) + y(x - 1) = (x - 1)(2 + y)$.

8. Factorizar $a^3(a - b + 1) - b^2(a - b + 1)$.

Paso 1 Identificado los términos.
La expresión $a^3(a - b + 1) - b^2(a - b + 1)$ tiene dos términos, $a^3(a - b + 1)$, $b^2(a - b + 1)$.

Paso 2 Identificado el factor común.
En la expresión $a^3(a - b + 1) - b^2(a - b + 1)$, $(a - b + 1)$ es un factor común, $a^3(a - b + 1) - b^2(a - b + 1)$.

Paso 3 Factorizando.
$a^3(a - b + 1) - b^2(a - b + 1) = (a - b + 1)(a^3 - b^2)$.

9. Factorizar $2x(m - n) + n - m$.

Paso 1 Identificado los términos.
La expresión $2x(m - n) + n - m$ tiene tres términos, sin embargo para nuestro caso podemos factorizar a -1 de los dos últimos términos y dejar la expresión de la forma $2x(m - n) - (m - n)$ donde hay ahora dos términos.

Paso 2 Identificado el factor común.
En la expresión $2x(m-n)-(m-n)$, $(m-n)$ es un factor común, $2x(m-n)-(m-n)$.

Paso 3 Factorizando.

$$\begin{aligned} 2x(m-n)+n-m &= 2x(m-n)-(m-n) \\ &= (2x-1)(m-n) \end{aligned}$$

10. Factorizar $x(2a+b+c)-2a-b-c$.

Paso 1 Identificado los términos.
La expresión $x(2a+b+c)-2a-b-c$ tiene cuatro términos, sin embargo para nuestro caso podemos factorizar a -1 de los tres últimos términos y dejar la expresión de la forma $x(2a+b+c)-(2a+b+c)$ donde hay ahora dos términos.

Paso 2 Identificado el factor común.
En la expresión $x(2a+b+c)-(2a+b+c)$, $(2a+b+c)$ es un factor común, $x(2a+b+c)-(2a+b+c)$.

Paso 3 Factorizando.

$$\begin{aligned} x(2a+b+c)-2a-b-c &= x(2a+b+c)-(2a+b+c) \\ &= (2a+b+c)(x-1) \end{aligned}$$

11. Factorizar $(m+n)(a-2)+(m-n)(a-2)$.

Paso 1 Identificado los términos.
La expresión $(m+n)(a-2)+(m-n)(a-2)$ tiene dos términos.

Paso 2 Identificado el factor común.
En la expresión $(m+n)(a-2)+(m-n)(a-2)$, $(a-2)$ es un factor común, $(m+n)(a-2)+(m-n)(a-2)$.

Paso 3 Factorizando.

$$\begin{aligned} (m+n)(a-2)+(m-n)(a-2) &= (a-2)(m+n+m-n) \\ &= (a-2)(2m) \end{aligned}$$

12. Factorizar $(a+b-1)(a^2+1)-a^2-1$.

Paso 1 Identificado los términos.
La expresión $(a+b-1)(a^2+1)-a^2-1$ tiene tres términos, sin embargo para nuestro caso podemos factorizar a -1 de los dos últimos términos y dejar la expresión de la forma $(a+b-1)(a^2+1)-(a^2+1)$ donde hay ahora dos términos.

Paso 2 Identificado el factor común.
En la expresión $(a+b-1)(a^2+1)-(a^2+1)$, (a^2+1) es un factor común, $(a+b-1)(a^2+1)-(a^2+1)$.

Paso 3 Factorizando.

$$\begin{aligned}(a+b-1)(a^2+1)-(a^2+1) &= (a+b-1)(a^2+1)-(a^2+1)\\ &= (a^2+1)(a+b-1-1)\\ &= (a^2+1)(a+b-2)\end{aligned}$$

13. Factorizar $(1+3a)(x+1)-2a(x+1)+3(x+1)$.

Paso 1 Identificado los términos.
La expresión $(1+3a)(x+1)-2a(x+1)+3(x+1)$ tiene tres términos.

Paso 2 Identificado el factor común.
En la expresión $(1+3a)(x+1)-2a(x+1)+3(x+1)$, $(x+1)$ es un factor común, $(1+3a)(x+1)-2a(x+1)+3(x+1)$.

Paso 3 Factorizando.

$$\begin{aligned}(1+3a)(x+1)-2a(x+1)+3(x+1) &= (x+1)(1+3a-2a+3)\\ &= (x+1)(a+4)\end{aligned}$$

3

Encontrar más de un factor común

1. Factorizar $a^2 + ab + ax + bx$.

Paso 1 Identificado los términos.
La expresión $a^2 + ab + ax + bx$ tiene cuatro términos.

Paso 2 Reordenando términos.
La expresión $a^2 + ab + ax + bx$ puede re-escribirse como: $a(a + b) + x(a + b)$ factorizando a de los primeros dos términos y x de los dos últimos términos.

Paso 3 Factorizando de nuevo.
Ahora la expresión $a(a + b) + x(a + b)$, tiene a $(a + b)$ como factor común.

Paso 4 Finalmente.

$$\begin{aligned} a^2 + ab + ax + bx &= a(a + b) + x(a + b) \\ &= (a + b)(a + x) \end{aligned}$$

2. Factorizar $x^2 - a^2 + x - a^2x$.

Paso 1 Identificado los términos.
La expresión $x^2 - a^2 + x - a^2x$ tiene cuatro términos.

Paso 2 Reordenando términos.
La expresión $x^2 - a^2 + x - a^2x$ puede re-escribirse como: $x(x+1) - a^2(x+1)$ factorizando x y a^2.

Paso 3 Factorizando de nuevo.
Ahora la expresión $x(x + 1) - a^2(x + 1)$, tiene a $(x + 1)$ como factor común.

Paso 4 Finalmente.

$$\begin{aligned} x^2 - a^2 + x - a^2x &= x(x + 1) - a^2(x + 1) \\ &= (x + 1)(x - a^2) \end{aligned}$$

3. Factorizar $3abx^2 - 2y^2 - 2x^2 + 3aby^2$.

Paso 1 Identificado los términos.
La expresión $3abx^2 - 2y^2 - 2x^2 + 3aby^2$ tiene cuatro términos.

Paso 2 Reordenando términos.
La expresión $3abx^2 - 2y^2 - 2x^2 + 3aby^2$ puede re-escribirse como: $3ab(x^2+y^2) - 2(x^2+y^2)$ factorizando $3ab$ y -2.

Paso 3 Factorizando de nuevo.
Ahora la expresión $3ab(x^2+y^2) - 2(x^2+y^2)$, tiene a (x^2+y^2) como factor común.

Paso 4 Finalmente.

$$\begin{aligned} 3abx^2 - 2y^2 - 2x^2 + 3aby^2 &= 3ab(x^2+y^2) - 2(x^2+y^2) \\ &= (x^2+y^2)(3ab-2) \end{aligned}$$

4. Factorizar $1 + a + 3ab + 3b$.

Paso 1 Identificado los términos.
La expresión $1 + a + 3ab + 3b$ tiene cuatro términos.

Paso 2 Reordenando términos.
La expresión $1 + a + 3ab + 3b$ puede re-escribirse como: $(1+a) + 3b(a+1)$ factorizando $3b$ y 1.

Paso 3 Factorizando de nuevo.
Ahora la expresión $(1+a) + 3b(a+1)$, tiene a $(1+a)$ como factor común.

Paso 4 Finalmente.

$$\begin{aligned} 1 + a + 3ab + 3b &= (1+a) + 3b(a+1) \\ &= (1+a)(1+3b) \end{aligned}$$

5. Factorizar $2am - 2an + 2a - m + n - 1$.

Paso 1 Identificado los términos.
La expresión $2am - 2an + 2a - m + n - 1$ tiene seis términos.

Paso 2 Reordenando términos.
La expresión $2am - 2an + 2a - m + n - 1$ puede re-escribirse como: $2a(m-n+1) - (m-n+1)$ factorizando $2a$ y -1.

Paso 3 Factorizando de nuevo.
Ahora la expresión $2a(m-n+1) - (m-n+1)$, tiene a $(m-n+1)$ como factor común.

Paso 4 Finalmente.

$$\begin{aligned} 2am - 2an + 2a - m + n - 1 &= 2a(m-n+1) - (m-n+1) \\ &= (m-n+1)(2a-1) \end{aligned}$$

6. Factorizar $a^3 + a + a^2 + 1 + x^2 + a^2x^2$.

Paso 1 Identificado los términos.
La expresión $a^3 + a + a^2 + 1 + x^2 + a^2x^2$ tiene seis términos.

Paso 2 Reordenando términos.
La expresión $a^3+a+a^2+1+x^2+a^2x^2$ puede re-escribirse como: $a^2(a+1+x^2)+(a+1+x^2)$ factorizando a^2 y 1.

Paso 3 Factorizando de nuevo.
Ahora la expresión $a^2(a+1+x^2)+(a+1+x^2)$, tiene a $(a+1+x^2)$ como factor común.

Paso 4 Finalmente.

$$\begin{aligned} a^3 + a + a^2 + 1 + x^2 + a^2x^2 &= a^2(a+1+x^2)+(a+1+x^2) \\ &= (a^2+1)(a+1+x^2) \end{aligned}$$

7. Factorizar $3a^3 - 3a^2b + 9ab^2 - a^2 + ab - 3b^2$.

Paso 1 Identificado los términos.
La expresión $3a^3 - 3a^2b + 9ab^2 - a^2 + ab - 3b^2$ tiene seis términos.

Paso 2 Reordenando términos.
La expresión $3a^3 - 3a^2b + 9ab^2 - a^2 + ab - 3b^2$ puede re-escribirse como: $3a(a^2 - ab + 3b^2) - (a^2 - ab + 3b^2)$ factorizando $3a$ y -1.

Paso 3 Factorizando de nuevo.
Ahora la expresión $3a(a^2 - ab + 3b^2) - (a^2 - ab + 3b^2)$, tiene a $(a^2 - ab + 3b^2)$ como factor común.

Paso 4 Finalmente.

$$\begin{aligned} 3a^3 - 3a^2b + 9ab^2 - a^2 + ab - 3b^2 &= 3a(a^2 - ab + 3b^2) - (a^2 - ab + 3b^2) \\ &= (a^2 - ab + 3b^2)(3a-1) \end{aligned}$$

8. Factorizar $3a^3 - 3a^2b + 9ab^2 - a^2 + ab - 3b^2$.

Paso 1 Identificado los términos.
La expresión $3a^3 - 3a^2b + 9ab^2 - a^2 + ab - 3b^2$ tiene seis términos.

Paso 2 Reordenando términos.
La expresión $3a^3 - 3a^2b + 9ab^2 - a^2 + ab - 3b^2$ puede re-escribirse como: $3a(a^2 - ab + 3b^2) - (a^2 - ab + 3b^2)$ factorizando $3a$ y -1.

Paso 3 Factorizando de nuevo.
Ahora la expresión $3a(a^2 - ab + 3b^2) - (a^2 - ab + 3b^2)$, tiene a $(a^2 - ab + 3b^2)$ como factor común.

Paso 4 Finalmente.

$$\begin{aligned} 3a^3 - 3a^2b + 9ab^2 - a^2 + ab - 3b^2 &= 3a(a^2 - ab + 3b^2) - (a^2 - ab + 3b^2) \\ &= (a^2 - ab + 3b^2)(3a-1) \end{aligned}$$

9. Factorizar $2x^3 - nx^2 + 2xz^2 - nz^2 - 3ny^2 + 6xy^2$.

Paso 1 Identificado los términos.
La expresión $2x^3 - nx^2 + 2xz^2 - nz^2 - 3ny^2 + 6xy^2$ tiene seis términos.

Paso 2 Reordenando términos.
La expresión $2x^3 - nx^2 + 2xz^2 - nz^2 - 3ny^2 + 6xy^2$ puede re-escribirse como: $2x(x^2 + z^2 + 3y^2) - n(x^2 + z^2 + 3y^2)$ factorizando $2x$ y $-n$.

Paso 3 Factorizando de nuevo.
Ahora la expresión $2x(x^2 + z^2 + 3y^2) - n(x^2 + z^2 + 3y^2)$, tiene a $(x^2 + z^2 + 3y^2)$ como factor común.

Paso 4 Finalmente.

$$\begin{aligned} 2x^3 - nx^2 + 2xz^2 - nz^2 - 3ny^2 + 6xy^2 &= 2x(x^2 + z^2 + 3y^2) - n(x^2 + z^2 + 3y^2) \\ &= (x^2 + z^2 + 3y^2)(2x - n) \end{aligned}$$

10. Factorizar $a^2b^3 - n^4 + a^2b^3x^2 - n^4x^2 - 3a^2b^3x + 3n^4x$.

Paso 1 Identificado los términos.
La expresión $a^2b^3 - n^4 + a^2b^3x^2 - n^4x^2 - 3a^2b^3x + 3n^4x$ tiene seis términos.

Paso 2 Reordenando términos.
La expresión $a^2b^3 - n^4 + a^2b^3x^2 - n^4x^2 - 3a^2b^3x + 3n^4x$ puede re-escribirse como: $a^2b^3(1 + x^2 - 3x) - n^4(1 + x^2 - 3x)$ factorizando a^2b^3 y $-n^4$.

Paso 3 Factorizando de nuevo.
Ahora la expresión $a^2b^3(1 + x^2 - 3x) - n^4(1 + x^2 - 3x)$, tiene a $(1 + x^2 - 3x)$ como factor común.

Paso 4 Finalmente.

$$\begin{aligned} a^2b^3 - n^4 + a^2b^3x^2 - n^4x^2 - 3a^2b^3x + 3n^4x &= a^2b^3(1 + x^2 - 3x) - n^4(1 + x^2 - 3x) \\ &= (1 + x^2 - 3x)(a^2b^3 - n^4) \end{aligned}$$

4

Trinomio cuadrado perfecto

Un procedimiento común de factorización es verificar si una expresión algebraica es un trinomio cuadrado perfecto, es decir es el resultado del cuadrado de un binomio, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. El procedimiento es simplemente verificar si dos de los términos de un trinomio tiene raíz cuadrada exacta y el término restante es el doble producto de las raíces.

1. Factorizar $x^2 - 2x + 1$.

Paso 1 Identificado los términos con raíz exacta.

1) Una raíz cuadrada de x^2 es x.
2) Una raíz cuadrada de 1 es -1.

Paso 2 verificando si el término restante es el doble del producto de las raíces.
$2(x)(-1) = -2x$.

Paso 3 Por lo tanto.
$x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$

2. Factorizar $9 - 6x + x^2$.

Paso 1 Identificado los términos con raíz exacta.

1) Una raíz cuadrada de 9 es -3.
2) Una raíz cuadrada de x^2 es x.

Paso 2 verificando si el término restante es el doble del producto de las raíces.
$2(x)(-3) = -6x$.

Paso 3 Por lo tanto.
$9 - 6x + x^2 = (x-3)^2$

Observación 1 *Observe que hay dos raíces cuadradas de 9 y x^2, por lo tanto el casi siempre hay dos resultados. Por ejemplo en el ejercicio anterior el resultado puede ser también $(3-x)^2 = 9 - 6x + x^2$. Obviamente los resultados son iguales.*

3. Factorizar $36 + 12m^2 + m^4$.

Paso 1 Identificado los términos con raíz exacta.

1) Una raíz cuadrada de 36 es 6.
2) Una raíz cuadrada de m^4 es m^2.

Paso 2 verificando si el término restante es el doble del producto de las raíces.
$2(x)(-3) = -6x$.

Paso 3 Por lo tanto.
$9 - 6x + x^2 = (x-3)^2$

4. Factorizar $a^6 - 2a^3b^3 + b^6$.

Paso 1 Identificado los términos con raíz exacta.

1) Una raíz cuadrada de a^6 es a^3.
2) Una raíz cuadrada de b^6 es $-b^3$.

Paso 2 verificando si el término restante es el doble del producto de las raíces.
$2(a^3)(-b^3) = -2a^3b^3$.

Paso 3 Por lo tanto.
$a^6 - 2a^3b^3 + b^6 = (a^3 - b^3)^2$

5. Factorizar $\frac{a^2}{4} - ab + b^2$.

Paso 1 Identificado los términos con raíz exacta.

1) Una raíz cuadrada de $\frac{a^2}{4}$ es $\frac{a}{2}$.
2) Una raíz cuadrada de b^2 es $-b$.

Paso 2 verificando si el término restante es el doble del producto de las raíces.
$2(\frac{a}{2})(-b) = -2ab$.

Paso 3 Por lo tanto.
$\frac{a^2}{4} - ab + b^2 = (\frac{a}{2} - b)^2$

6. Factorizar $a^2 + 2a(a+b) + (a+b)^2$.

Paso 1 Identificado los términos con raíz exacta.

1) Una raíz cuadrada de a^2 es a.
2) Una raíz cuadrada de $(a+b)^2$ es $(a+b)$.

Paso 2 verificando si el término restante es el doble del producto de las raíces.
$2(a)((a+b)) = 2a(a+b)$.

Paso 3 Por lo tanto.
$a^2 + 2a(a+b) + (a+b)^2 = ((a+b)+a)^2$

7. Factorizar $9(x-y)^2 + 12(x-y)(x+y) + 4(x+y)^2$.

Paso 1 Identificado los términos con raíz exacta.

1) Una raíz cuadrada de $9(x-y)^2$ es $3(x-y)$.
2) Una raíz cuadrada de $4(x+y)^2$ es $2(x+y)$.

Paso 2 verificando si el término restante es el doble del producto de las raíces.
$2(3(x-y))(2(x+y)) = 12(x-y)(x+y)$.

Paso 3 Por lo tanto.
$9(x-y)^2 + 12(x-y)(x+y) + 4(x+y)^2 = ((x-y)+(x+y))^2$

5

Diferencia de cuadrados

Otro procedimiento común de factorización es verificar si la expresión algebraica es una diferencia de cuadrados, es decir una expresión de la forma $a^2 - b^2$. En este caso podemos aplicar la igualdad

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

1. Factorizar $4a^2 - 9$.

Paso 1 Identificado los términos con raíz exacta.

1) Una raíz cuadrada de $4a^2$ es $2a$.
2) Una raíz cuadrada de 9 es 9.

Paso 2 Por lo tanto.

$$4a^2 - 9 = (4a + 3)(4a - 3)$$

2. Factorizar $196x^2y^4 - 225z^{12}$.

Paso 1 Identificado los términos con raíz exacta.

1) Una raíz cuadrada de $196x^2y^4$ es $14xy^2$.
2) Una raíz cuadrada de $225z^{12}$ es $15z^6$.

Paso 2 Por lo tanto.

$$196x^2y^4 - 225z^{12} = (14xy^2 + 15z^6)(14xy^2 - 15z^6)$$

3. Factorizar $1 - 9a^2b^4c^6d^8$.

Paso 1 Identificado los términos con raíz exacta.

1) Una raíz cuadrada de 1 es 1.
2) Una raíz cuadrada de $9a^2b^4c^6d^8$ es 3ab$^2c^3d^4$.

Paso 2 Por lo tanto.

$$1 - 9a^2b^4c^6d^8 = (1 + 3ab^2c^3d^4)(1 - 3ab^2c^3d^4)$$

4. Factorizar $4x^{2n} - \dfrac{1}{9}$.

Paso 1 Identificado los términos con raíz exacta.

1) Una raíz cuadrada de $4x^{2n}$ es $2x^n$.
2) Una raíz cuadrada de $\dfrac{1}{9}$ es $\dfrac{1}{3}$.

Paso 2 Por lo tanto.

$$4x^{2n} - \frac{1}{9} = (2x^n + \frac{1}{3})(2x^n - \frac{1}{3})$$

5. Factorizar $a^{2n}b^{4n} - \dfrac{1}{25}$.

Paso 1 Identificado los términos con raíz exacta.

1) Una raíz cuadrada de $a^{2n}b^{4n}$ es $a^n b^{2n}$.
2) Una raíz cuadrada de $\dfrac{1}{25}$ es $\dfrac{1}{5}$.

Paso 2 Por lo tanto.

$$a^{2n}b^{4n} - \frac{1}{25} = (a^n b^{2n} + \frac{1}{5})(a^n b^{2n} - \frac{1}{5})$$

6 TCP y DC

Algunos ejercicios donde se usa la factorización de un trinomio cuadrado perfecto y la diferencia de cuadrados.

1. Factorizar $a^2 + 2ab + b^2 - x^2$.

Paso 1 Identificado el TCP.
El TCP de la expresión es $a^2 + 2ab + b^2$

Paso 2 Factorizando el TCP.
Obtenemos la primera factorización:
$a^2 + 2ab + b^2 - x^2 = (a + b)^2 - x^2$

Paso 3 Aplicando la fórmula de diferencia de cuadrados:
$(a + b)^2 - x^2 = ((a + b) + x)((a + b) - x)$

Paso 4 Por lo tanto:

$$a^2 + 2ab + b^2 - x^2 = (a + b + x)(a + b - x)$$

2. Factorizar $a^2 - 2a + 1 - b^2$.

Paso 1 Identificado el TCP.
El TCP de la expresión es $a^2 - 2a + 1$

Paso 2 Factorizando el TCP.
Obtenemos la primera factorización:
$a^2 - 2a + 1 - b^2 = (a - 1)^2 - b^2$

Paso 3 Aplicando la fórmula de diferencia de cuadrados:
$(a - 1)^2 - b^2 = ((a - 1) + b)((a - 1) - b)$

Paso 4 Por lo tanto:

$$a^2 - 2a + 1 - b^2 = (a - 1 + b)(a - 1 - b)$$

3. Factorizar $a^2 - 16 - x^2 + 36 + 12a - 8x$.

Paso 1 Identificado el TCP.
Un TCP de la expresión es $a^2 + 2(6)(a) + 6^2$.
Otro TCP de la expresión es $x^2 - 2(4)x + 4^2$.

Paso 2 Factorizando los TCP.
$a^2 + 2(6)(a) + 6^2 = (a + 6)^2$
$x^2 - 2(4)x + 4^2 = (x + 4)^2$

Paso 2 Resultado parcial.
$a^2 - 16 - x^2 + 36 + 12a - 8x = (a + 6)^2 - (x + 4)^2$

Paso 3 Aplicando la fórmula de diferencia de cuadrados:
$(a + 6)^2 - (x + 4)^2 = ((a + 6) + (x + 4))((a + 6) - (x + 4))$

Paso 4 Por lo tanto:

$$a^2 - 16 - x^2 + 36 + 12a - 8x = (a + x + 10)(a + 2 + x)$$

7

Completando TCP y Diferencia de Cuadrados

1. Factorizar $a^4 + a^2 + 1$.

Paso 1 Identificando parte del TCP.
Toda la expresión es una parte de un TCP $a^4 + a^2 + 1$.

Paso 2 Completando el TCP.
$a^4 + a^2 + 1 + a^2 - a^2$
$(a^4 + a^2 + 1 + a^2) - a^2$

Paso 3 Factorizando el TCP.
$(a^4 + 2a^2 + 1) - a^2 = (a^2 + 1)^2 - a^2$

Paso 4 Ahora aplicando la fórmula de diferencia de cuadrados:
$(a^2 + 1)^2 - a^2 = ((a^2 + 1) + (a))((a^2 + 1) - (a))$

Paso 5 Por lo tanto:

$$a^4 + a^2 + 1 = (a^2 + 1 + a)(a^2 + 1 - a)$$

2. Factorizar $25a^4 + 54a^2b^2 + 49b^4$.

Paso 1 Identificando parte del TCP.
Toda la expresión es una parte de un TCP
$25a^4 + 54a^2b^2 + 49b^4$.
Re-escribiendo la misma expresión
$(5a^2)^2 + 54a^2b^2 + (7b^2)^2$.
Para que sea un TCP debemos tener a $(2)(5a^2)(7b^2) = 70a^2b^2$
De los cuales, sólo tenemos $54a^2b^2$, faltan entonces $16a^2b^2$ para tener un TCP.

Paso 2 Completando el TCP.
$25a^4 + 54a^2b^2 + 49b^4 + 16a^2b^2 - 16a^2b^2$
$(25a^4 + 54a^2b^2 + 49b^4 + 16a^2b^2) - 16a^2b^2$
$(25a^4 + 70a^2b^2 + 49b^4) - 16a^2b^2$

Paso 3 Factorizando el TCP.
$(25a^4 + 70a^2b^2 + 49b^4) - 16a^2b^2 = (5a^2 + 7b^2)^2 - (4ab)^2$

Paso 4 Ahora aplicando la fórmula de diferencia de cuadrados:
$(5a^2+7b^2)^2-(4ab)^2=((5a^2+7b^2)+(4ab))((5a^2+7b^2)-(4ab))$

Paso 5 Por lo tanto:

$$25a^4+54a^2b^2+49b^4=(5a^2+7b^2+4ab)(5a^2+7b^2-4ab)$$

3. Factorizar $81a^4b^8-292a^2b^4x^8+256x^{16}$.

Paso 1 Identificando parte del TCP.
Toda la expresión es una parte de un TCP
$81a^4b^8-292a^2b^4x^8+256x^16.$
Re-escribiendo la misma expresión
$(9a^2b^4)^2-292a^2b^4x^8+(16x^8)^2.$
Para que sea un TCP debemos tener a $-(2)(9a^2b^4)(16x^8)=-288a^2b^4x^8$
De los cuales tenemos $-292a^2b^4x^8$, sobran entonces $4a^2b^4x^8$ para tener un TCP.

Paso 2 Completando el TCP.
$(9a^2b^4)^2-292a^2b^4x^8+(16x^8)^2+4a^2b^4x^8-4a^2b^4x^8$
$(9a^2b^4)^2-292a^2b^4x^8+(16x^8)^2+4a^2b^4x^8-4a^2b^4x^8$
$((9a^2b^4)^2-288a^2b^4x^8+(16x^8)^2)-4a^2b^4x^8$

Paso 3 Factorizando el TCP.
$((9a^2b^4)^2-288a^2b^4x^8+(16x^8)^2)-4a^2b^4x^8=(9a^2b^4-16x^8)^2-(2ab^2x^4)^2$

Paso 4 Ahora aplicando la fórmula de diferencia de cuadrados:
$(9a^2b^4-16x^8)^2-(2ab^2x^4)^2=((9a^2b^4-16x^8)+(2ab^2x^4))((9a^2b^4-16x^8)-(2ab^2x^4))$

Paso 5 Por lo tanto:

$$81a^4b^8-292a^2b^4x^8+256x^{16}=(9a^2b^4-16x^8+2ab^2x^4)(9a^2b^4-16x^8-2ab^2x^4)$$