



Simplificación de fracciones

Ejercicios de Simplificación a de fracciones

www.math.com.mx

José de Jesús Angel Angel
jjaa@math.com.mx

MathCon © 2007-2008



Contenido

1. Introducción	2
2. Suma de fracciones	3
3. Multiplicación de fracciones	5
4. División de fracciones	7
5. Simplificación de fracciones	9

Introducción

El problema de simplificación de fracciones algebraicas reúne varias habilidades algebraicas, como la suma y resta de polinomios, la división de polinomios y la multiplicación de polinomios o expresiones algebraicas.

Simplificar una expresión algebraica significa diferentes cosas, dependiendo del objetivo particular. Sin embargo, casi siempre se entiende que simplificar significa realizar las operaciones escritas.

Se hacen uso de las siguientes fórmulas:

1.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

2.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

3.

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$$

Suma de fracciones

1. Simplificar $\frac{n}{m^2} + \frac{3}{mn} + \frac{2}{m}$

Paso 1 Obtener el producto de los denominadores o el *mcm* de los mismos.

$$\frac{n}{m^2} + \frac{3}{mn} + \frac{2}{m} = \frac{\quad}{m^2n}$$

Paso 2 Se divide el denominador del resultado por cada uno de los denominadores de los términos de la izquierda y se multiplica por los numeradores.

$$\frac{n}{m^2} + \frac{3}{mn} + \frac{2}{m} = \frac{n^2 + 3m + 2mn}{m^2n}$$

Paso 3 Por lo tanto.

$$\frac{n}{m^2} + \frac{3}{mn} + \frac{2}{m} = \frac{n^2 + 3m + 2mn}{m^2n}$$

2. Simplificar $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y}$

Paso 1 Obtener el producto de los denominadores o el *mcm* de los mismos.

$$\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{\quad}{(x+y)(x-y)}$$

Paso 2 Se divide el denominador del resultado por cada uno de los denominadores de los términos de la izquierda y se multiplica por los numeradores.

$$\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{(x+y)(x-y)}$$

Paso 3 Simplificando.

$$\begin{aligned} \frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{(x+y)(x-y)} &= \frac{x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 2xy + y^2}{(x+y)(x-y)} \\ &= \frac{2(x^2 + y^2)}{x^2 - y^2} \end{aligned}$$

Paso 4 Por lo tanto.

$$\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{2(x^2+y^2)}{x^2-y^2}$$

3

Multiplicación de fracciones

1. Simplificar $\frac{7a}{6m^2} \cdot \frac{3m}{10n^2} \cdot \frac{5n^4}{14ax}$

Paso 1 Multiplicamos todos los numeradores y denominadores.

$$\frac{7a}{6m^2} \cdot \frac{3m}{10n^2} \cdot \frac{5n^4}{14ax} = \frac{7a \cdot 3m \cdot 5n^4}{6m^2 \cdot 10n^2 \cdot 14ax}$$

Paso 2 Simplificando.

$$\begin{aligned} \frac{7a \cdot 3m \cdot 5n^4}{6m^2 \cdot 10n^2 \cdot 14ax} &= \frac{(7 \cdot 3 \cdot 5)amn^4}{(6 \cdot 10 \cdot 14)m^2n^2ax} \\ &= \frac{(7 \cdot 3 \cdot 5)n^2}{(3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2)mx} \\ &= \frac{1 \cdot n^2}{(2 \cdot 2 \cdot 2)mx} \\ &= \frac{n^2}{8mx} \end{aligned}$$

Paso 3 Por lo tanto.

$$\frac{7a}{6m^2} \cdot \frac{3m}{10n^2} \cdot \frac{5n^4}{14ax} = \frac{n^2}{8mx}$$

2. Simplificar $\frac{1-x}{a+1} \cdot \frac{a^2}{x-x^2} \cdot \frac{x^2}{a}$

Paso 1 Multiplicamos todos los numeradores y denominadores.

$$\frac{1-x}{a+1} \cdot \frac{a^2}{x-x^2} \cdot \frac{x^2}{a} = \frac{1-x \cdot a^2 \cdot x^2}{a+1 \cdot x-x^2 \cdot a}$$

Paso 2 Simplificando.

$$\begin{aligned}\frac{1-x \cdot a^2 \cdot x^2}{a+1 \cdot x-x^2 \cdot a} &= \frac{1-x \cdot a^2 \cdot x^2}{a+1 \cdot x(1-x) \cdot a} \\ &= \frac{(1-x)(a^2)(x^2)}{(a+1)x(1-x)(a)} \\ &= \frac{(a)(x)}{(a+1)} \\ &= \frac{ax}{a+1}\end{aligned}$$

Paso 3 Por lo tanto.

$$\frac{1-x}{a+1} \cdot \frac{a^2}{x-x^2} \cdot \frac{x^2}{a} = \frac{ax}{a+1}$$

4

División de fracciones

1. Simplificar $\frac{\frac{5m^2}{7n^3}}{\frac{10m^4}{14an^4}}$

Paso 1 Aplicando la fórmula de la división.

$$\frac{\frac{5m^2}{7n^3}}{\frac{10m^4}{14an^4}} = \frac{5m^2 \cdot 14an^4}{7n^3 \cdot 10m^4}$$

Paso 2 Simplificando.

$$\begin{aligned} \frac{5m^2 \cdot 14an^4}{7n^3 \cdot 10m^4} &= \frac{5m^2 \cdot 14an^4}{7n^3 \cdot 10m^4} \\ &= \frac{(5)(7 \cdot 2)(an)}{(7)(5 \cdot 2)(m^2)} \\ &= \frac{an}{m^2} \end{aligned}$$

Paso 3 Por lo tanto.

$$\frac{\frac{5m^2}{7n^3}}{\frac{10m^4}{14an^4}} = \frac{an}{m^2}$$

2. Simplificar $\frac{\frac{x^3 - x}{2x^2 + 6x}}{5x^2 - 5x} \cdot \frac{2x + 6}{2x + 6}$

Paso 1 Aplicando la fórmula de la división.

$$\frac{\frac{x^3 - x}{2x^2 + 6x}}{\frac{5x^2 - 5x}{2x + 6}} = \frac{(x^3 - x) \cdot (2x + 6)}{(2x^2 + 6x) \cdot (5x^2 - 5x)}$$

Paso 2 Simplificando.

$$\begin{aligned} \frac{(x^3 - x) \cdot (2x + 6)}{(2x^2 + 6x) \cdot (5x^2 - 5x)} &= \frac{x(x^2 - 1)(2x + 6)}{x(2x + 6)5x(x - 1)} \\ &= \frac{(x^2 - 1)}{5x(x - 1)} \\ &= \frac{(x + 1)(x - 1)}{5x(x - 1)} \\ &= \frac{x + 1}{5x} \end{aligned}$$

Paso 3 Por lo tanto.

$$\frac{\frac{x^3 - x}{2x^2 + 6x}}{\frac{5x^2 - 5x}{2x + 6}} = \frac{x + 1}{5x}$$

Simplificación de fracciones

1. Simplificar $\frac{a - \frac{a}{b}}{b - \frac{1}{b}}$

Paso 1 Simplificando numerador y denominador.

$$\frac{a - \frac{a}{b}}{b - \frac{1}{b}} = \frac{\frac{ab - a}{b}}{\frac{b^2 - 1}{b}}$$

Paso 2 Dividiendo y simplificando.

$$\begin{aligned} \frac{\frac{ab - a}{b}}{\frac{b^2 - 1}{b}} &= \frac{b(ab - a)}{b(b^2 - 1)} \\ &= \frac{(ab - a)}{(b^2 - 1)} \\ &= \frac{a(b - 1)}{(b - 1)(b + 1)} \\ &= \frac{a}{b + 1} \end{aligned}$$

Paso 3 Por lo tanto.

$$\frac{a - \frac{a}{b}}{b - \frac{1}{b}} = \frac{a}{b + 1}$$

2. Simplificar $\frac{x^2 - \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}}$

Paso 1 Simplificando numerador y denominador.

$$\frac{x^2 - \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = \frac{\frac{x^3 - 1}{x}}{\frac{x - 1}{x}}$$

Paso 2 Dividiendo y simplificando.

$$\begin{aligned} \frac{\frac{x^3 - 1}{x}}{\frac{x - 1}{x}} &= \frac{x(x^3 - 1)}{x(x - 1)} \\ &= \frac{(x^3 - 1)}{(x - 1)} \\ &= \frac{(x - 1)(x^2 + x + 1)}{(x - 1)} \\ &= x^2 + x + 1 \end{aligned}$$

Paso 3 Por lo tanto.

$$\frac{x^2 - \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = x^2 + x + 1$$

3. Simplificar $\frac{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}}{1 + \frac{b}{a}}$

Paso 1 Simplificando numerador y denominador.

$$\frac{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}}{1 + \frac{b}{a}} = \frac{\frac{a^2 - b^2}{ba}}{\frac{a + b}{a}}$$

Paso 2 Dividiendo y simplificando.

$$\begin{aligned} \frac{\frac{a^2 - b^2}{ba}}{\frac{a + b}{a}} &= \frac{a(a^2 - b^2)}{ba(a + b)} \\ &= \frac{(a + b)(a - b)}{b(a + b)} \\ &= \frac{a - b}{b} \end{aligned}$$

Paso 3 Por lo tanto.

$$\frac{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}}{1 + \frac{b}{a}} = \frac{a-b}{b}$$

4. Simplificar $\frac{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}{\frac{1}{m} - \frac{1}{n}}$

Paso 1 Simplificando numerador y denominador.

$$\frac{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}{\frac{1}{m} - \frac{1}{n}} = \frac{\frac{n+m}{mn}}{\frac{n-m}{mn}}$$

Paso 2 Dividiendo y simplificando.

$$\begin{aligned} \frac{\frac{n+m}{mn}}{\frac{n-m}{mn}} &= \frac{mn(n+m)}{mn(n-m)} \\ &= \frac{(n+m)}{(n-m)} \end{aligned}$$

Paso 3 Por lo tanto.

$$\frac{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}{\frac{1}{m} - \frac{1}{n}} = \frac{n+m}{n-m}$$

5. Simplificar $\frac{\frac{x}{y} - \frac{y}{x}}{1 + \frac{y}{x}}$

Paso 1 Simplificando numerador y denominador.

$$\frac{\frac{x}{y} - \frac{y}{x}}{1 + \frac{y}{x}} = \frac{\frac{x^2 - y^2}{yx}}{\frac{x+y}{x}}$$

Paso 2 Dividiendo y simplificando.

$$\begin{aligned}\frac{\frac{x^2 - y^2}{yx}}{\frac{x + y}{x}} &= \frac{x(x^2 - y^2)}{yx(x + y)} \\ &= \frac{(a + b)(a - b)}{b(a + b)} \\ &= \frac{a - b}{b}\end{aligned}$$

Paso 3 Por lo tanto.

$$\frac{\frac{a}{b} - \frac{a}{b}}{1 + \frac{a}{a}} = \frac{a - b}{b}$$