

MathCon

The Mathematics Firm

Operaciones entre Fracciones

Operaciones entre Fracciones.

www.math.com.mx

José de Jesús Angel Angel
jjaa@math.com.mx

MathCon © 2007-2008

Contenido

1. Representación de Fracciones	2
2. Reducción de Fracciones	3
3. Suma de Fracciones	4
3.0.1. Suma de Fracciones sin mcd	4
3.0.2. Suma de Fracciones con mcm	9
4. Producto de Fracciones	10
5. División de Fracciones	11

1

Representación de Fracciones

Una fracción o número racional es el cociente de dos números enteros, $\frac{a}{b}$, donde a se llama numerador y b denominador, y siempre el denominador es diferente de cero.

Las fracciones son muy usadas en muchas áreas de las matemáticas, las fracciones representan en general partes de un entero. Sin embargo las fracciones pueden representar una gran cantidad de números, vale decir, las fracciones son los números racionales.

Ejemplos de fracciones:

- 1.- $\frac{1}{2}$, un medio, que en decimal es 0,5
- 2.- $\frac{1}{3}$, un tercio, que en decimal es 0,3333...
- 3.- $\frac{1}{4}$, un cuarto, que en decimal es 0,25
- 4.- $\frac{1}{5}$, un quinto, que en decimal es 0,2
- 5.- $\frac{2}{3}$, dos tercios, que en decimal es 0,666...
- 6.- $\frac{3}{4}$, tres cuartos, que en decimal es 0,75

Hechos importantes sobre las fracciones:

- 1.- Las fracciones pueden ser positivas o negativas.
- 2.- Las fracciones pueden ser reducidas o no.
- 3.- Si el denominador es mayor al numerador, la fracción es menor a 1.
- 3.- Si el denominador es menor al numerador, la fracción es mayor a 1.

2

Reducción de Fracciones

Llamamos a una fracción reducida si tanto en el numerador como el denominador no tiene factores comunes.

1.-

$$\begin{aligned}\frac{2}{6} &= \frac{2}{2 \cdot 3} \\ &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

2.-

$$\begin{aligned}\frac{3}{9} &= \frac{3}{3 \cdot 3} \\ &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

3.-

$$\begin{aligned}\frac{10}{24} &= \frac{5 \cdot 2}{12 \cdot 2} \\ &= \frac{5}{12}\end{aligned}$$

4.-

$$\begin{aligned}\frac{50}{110} &= \frac{5 \cdot 10}{11 \cdot 10} \\ &= \frac{5}{11}\end{aligned}$$

5.-

$$\begin{aligned}\frac{33}{21} &= \frac{11 \cdot 3}{7 \cdot 3} \\ &= \frac{11}{7}\end{aligned}$$

3

Suma de Fracciones

Dos fracciones se pueden sumar siempre, y da como resultado otra fracción.

3.0.1. Suma de Fracciones sin mcd

Suma de fracciones con el mismo denominador

El tipo de fracciones más simple para sumar son aquellas fracciones que tienen el mismo denominador, se suman como si se tratara de cantidades de un mismo objeto, por ejemplo: 1 tercio más 4 tercios, es igual a 5 tercios, o como 1 manzana más 4 manzanas, es igual a 5 manzanas.

1.-

$$\frac{1}{3} + \frac{4}{3} = \frac{5}{3}$$

2.-

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} + \frac{2}{5} &= \frac{5}{5} \\ &= 1 \end{aligned}$$

3.-

$$\frac{2}{7} + \frac{10}{7} = \frac{12}{7}$$

4.-

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} + \frac{5}{2} &= \frac{8}{2} \\ &= 4 \end{aligned}$$

5.-

$$\begin{aligned}\frac{5}{7} + \frac{9}{7} &= \frac{14}{7} \\ &= 2\end{aligned}$$

6.-

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{5}{2} = \frac{9}{2}$$

7.-

$$\begin{aligned}\frac{2}{3} + \frac{5}{3} + \frac{8}{3} &= \frac{15}{3} \\ &= 5\end{aligned}$$

8.-

$$\begin{aligned}\frac{2}{5} + \frac{11}{5} + \frac{7}{5} &= \frac{20}{5} \\ &= 4\end{aligned}$$

9.-

$$\frac{12}{7} + \frac{21}{7} + \frac{4}{7} = \frac{37}{7}$$

10.-

$$\begin{aligned}\frac{3}{2} + \frac{7}{2} + \frac{5}{2} + \frac{11}{2} &= \frac{26}{2} \\ &= 13\end{aligned}$$

Suma de una fracción con un entero

La suma de una fracción con un entero se lleva a cabo de la siguiente manera:

1. Se convierte el entero a fracciones, con el mismo denominador que la fracción.
2. Se suman las fracciones como el caso anterior.

1.-

$$\begin{aligned}\frac{1}{3} + 3 &= \frac{1}{3} + \frac{9}{3} \\ &= \frac{10}{3}\end{aligned}$$

2.-

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} + 5 &= \frac{1}{2} + \frac{10}{2} \\ &= \frac{11}{2}\end{aligned}$$

3.-

$$\begin{aligned}\frac{2}{5} + 3 &= \frac{2}{5} + \frac{15}{5} \\ &= \frac{17}{5}\end{aligned}$$

4.-

$$\begin{aligned}\frac{3}{7} + 2 &= \frac{3}{7} + \frac{14}{7} \\ &= \frac{17}{7}\end{aligned}$$

5.-

$$\begin{aligned}\frac{5}{3} - 2 &= \frac{5}{3} - \frac{6}{3} \\ &= -\frac{1}{3}\end{aligned}$$

6.-

$$\begin{aligned}\frac{3}{2} - 2 &= \frac{3}{2} - \frac{4}{2} \\ &= -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

7.-

$$\begin{aligned}\frac{5}{7} + 5 &= \frac{5}{7} + \frac{35}{7} \\ &= \frac{40}{7}\end{aligned}$$

8.-

$$\begin{aligned}\frac{16}{5} + 11 &= \frac{16}{5} + \frac{55}{5} \\ &= \frac{71}{5}\end{aligned}$$

9.-

$$\begin{aligned}\frac{7}{11} - 3 &= \frac{7}{11} - \frac{33}{11} \\ &= -\frac{26}{11}\end{aligned}$$

10.-

$$\begin{aligned}\frac{5}{9} + 10 &= \frac{5}{9} + \frac{90}{9} \\ &= \frac{95}{9}\end{aligned}$$

Suma de fracciones con diferente denominador

Para sumar dos fracciones, sin la obtención del mínimo común múltiplo, se sigue la siguiente fórmula:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$$

1.-

$$\begin{aligned}\frac{1}{3} + \frac{1}{2} &= \frac{1 \cdot 2 + 3 \cdot 1}{3 \cdot 2} \\ &= \frac{5}{6}\end{aligned}$$

2.-

$$\begin{aligned}\frac{2}{3} + \frac{1}{2} &= \frac{2 \cdot 2 + 1 \cdot 3}{3 \cdot 2} \\ &= \frac{4 + 3}{6} \\ &= \frac{7}{6}\end{aligned}$$

3.-

$$\begin{aligned}\frac{2}{3} + \frac{1}{2} &= \frac{2 \cdot 2 + 1 \cdot 3}{3 \cdot 2} \\ &= \frac{4 + 3}{6} \\ &= \frac{7}{6}\end{aligned}$$

4.-

$$\begin{aligned}\frac{2}{3} + \frac{3}{2} &= \frac{2 \cdot 2 + 3 \cdot 3}{3 \cdot 2} \\ &= \frac{4 + 9}{6} \\ &= \frac{13}{6}\end{aligned}$$

5.-

$$\begin{aligned}\frac{1}{3} + \frac{2}{5} &= \frac{1 \cdot 5 + 2 \cdot 3}{3 \cdot 5} \\ &= \frac{5 + 6}{15} \\ &= \frac{11}{15}\end{aligned}$$

6.-

$$\begin{aligned}\frac{3}{5} + \frac{6}{7} &= \frac{3 \cdot 7 + 6 \cdot 5}{5 \cdot 7} \\ &= \frac{21 + 30}{35} \\ &= \frac{51}{35}\end{aligned}$$

7.-

$$\begin{aligned}\frac{2}{7} - \frac{1}{3} &= \frac{2 \cdot 3 - 1 \cdot 7}{7 \cdot 3} \\ &= \frac{6 - 7}{21} \\ &= -\frac{1}{21}\end{aligned}$$

8.-

$$\begin{aligned}\frac{7}{8} - \frac{2}{9} &= \frac{7 \cdot 9 - 2 \cdot 8}{8 \cdot 9} \\ &= \frac{63 - 16}{72} \\ &= \frac{47}{72}\end{aligned}$$

9.-

$$\begin{aligned}\frac{5}{11} + \frac{22}{7} &= \frac{5 \cdot 7 + 22 \cdot 11}{11 \cdot 7} \\ &= \frac{35 + 242}{77} \\ &= \frac{277}{77}\end{aligned}$$

10.-

$$\begin{aligned}\frac{7}{15} + \frac{7}{13} &= \frac{7 \cdot 13 + 15 \cdot 7}{15 \cdot 13} \\ &= \frac{91 + 105}{195} \\ &= \frac{196}{195}\end{aligned}$$

3.0.2. Suma de Fracciones con mcm

El mínimo común múltiplo de dos números a, b se obtiene de la siguiente manera: tomemos los múltiplos comunes a los dos números a, b (todos los números que los tienen como factores a, b son múltiplos), entonces elegimos al *mcm* como el menor de ellos.

Si los números a, b no tienen factores comunes, entonces el *mcm* es el producto de los números. De lo contrario, tomamos el producto de los factores que están tanto en a como en b , y aquellos que se repiten se toman una sola vez. Finalmente se aplica la fórmula anterior tomando como denominador el *mcm*.

1.-

$$\begin{aligned}\frac{2}{10} + \frac{3}{5} &= \frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3}{10} \\ &= \frac{8}{10} \\ &= \frac{4}{5}\end{aligned}$$

2.-

$$\begin{aligned}\frac{5}{15} + \frac{3}{10} &= \frac{2 \cdot 5 + 3 \cdot 3}{30} \\ &= \frac{10 + 9}{30} \\ &= \frac{19}{30}\end{aligned}$$

3.-

$$\begin{aligned}\frac{1}{6} + \frac{3}{10} &= \frac{5 \cdot 1 + 3 \cdot 3}{30} \\ &= \frac{5 + 9}{30} \\ &= \frac{14}{30} \\ &= \frac{7}{15}\end{aligned}$$

4

Producto de Fracciones

El producto de dos fracciones se realiza de la manera siguiente:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

1.-

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} &= \frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 2} \\ &= \frac{2}{6} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

2.-

$$\begin{aligned} \frac{7}{2} \cdot \frac{4}{5} &= \frac{7 \cdot 4}{2 \cdot 5} \\ &= \frac{28}{10} \\ &= \frac{14}{5} \end{aligned}$$

5

División de Fracciones

La división de dos fracciones se realiza de la manera siguiente:

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

1.-

$$\begin{aligned} \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{2}} &= \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 1} \\ &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

2.-

$$\begin{aligned} \frac{\frac{7}{2}}{\frac{4}{5}} &= \frac{7 \cdot 5}{2 \cdot 4} \\ &= \frac{35}{8} \end{aligned}$$